

Estudio de viabilidad de prácticas de laboratorio sobre luz lenta en rubí

Feasibility study of laboratory experiments on slow light in ruby

Rubén Martínez-Lorente, Sebastián Jarabo^(*)

Departamento de Física Aplicada, Facultad de Ciencias, Universidad de Zaragoza, C/ Pedro Cerbuna 12, 50009, Zaragoza, Spain

(*) Email: sjarabo@unizar.es

S: miembro de SEDOPTICA / SEDOPTICA member

Recibido / Received: 29/07/2011. Revisado / Revised: 03/11/2011. Aceptado / Accepted: 28/11/2011.

RESUMEN:

Bombeando una esfera de rubí con un láser ($\lambda=532$ nm) modulado temporalmente, se ha desarrollado un montaje experimental con material docente para medir el desfase y el índice de modulación en función de la frecuencia de modulación. Los resultados experimentales se han comparado con un modelo teórico basado en las ecuaciones de balance de las poblaciones y de evolución de la intensidad de bombeo a lo largo del medio activo. Debido a la baja intensidad de bombeo, no es posible asegurar que el bombeo se retrase porque su desfase es demasiado débil. No obstante, la medida del desfase de la fluorescencia puede constituir una práctica de laboratorio docente muy interesante, proporcionando un método para medir el tiempo de vida media efectivo del rubí.

Palabras clave: Prácticas de Óptica, Educación en Óptica, Luz Lenta, Óptica No Lineal, Fluorescencia, Tiempo de Vida Media.

ABSTRACT:

By pumping a ruby ball with a temporally modulated laser ($\lambda=532$ nm), an experimental setup aimed for teaching purposes has been developed in order to measure the phase change and the modulation index as a function of the modulation frequency. Measurements have been compared with a theoretical model based on the rate equations of populations and the evolution equation of the pump intensity along the active medium. As the pump intensity is too low, then its phase is slightly changed and therefore it is not possible to conclude that the pump intensity is delayed. Nevertheless, the measurement of the fluorescence phase as a function of the modulation frequency can be a very interesting laboratory experiment, since it provides a method useful to determine an effective lifetime of the ruby.

Keywords: Optics Experiments, Optics Education, Slow Light, Nonlinear Optics, Fluorescence, Lifetime.

REFERENCIAS Y ENLACES / REFERENCES AND LINKS

- [1]. L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton, C. H. Behroozi, "Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas", *Nature* **397**, 594-598 (1999).
- [2]. J. B. Khurgin, R. S. Tucker, Edts., *Slow Light: Science and Applications*, CRC Press, Boca Raton (2009).
- [3]. L. Cerdán, R. Weigand, J. M. Guerra Pérez, H. Crespo, "A simple experiment on slow light in ruby", *Am. J. Phys.* **76**, 826-832 (2008).
- [4]. M. S. Bigelow, N. N. Lepeshkin, R. W. Boyd, "Observation of ultraslow light propagation in a ruby crystal at room temperature", *Phys. Rev. Lett.* **90**, 113903 (2003).

- [5]. F. Gao, J. J. Xu, G. Q. Zhang, W. D. Zhang, "Nonlinear optical properties and superluminal propagation in the ruby", *Chinese Sci. Bull.* **55**, 473-477 (2010).
- [6]. W. T. Silfvast, *Laser Fundamentals*, Cambridge University Press (2004).
- [7]. W. Koechner, *Solid-State Laser Engineering*, Springer, New York (2006).
- [8]. O. Svelto, *Principles of Lasers*, Springer, New York (1998).
- [9]. T. H. Maiman, R. H. Hoskins, I. J. D'Haenens, C. K. Asawa, V. Evtuhov, "Stimulated optical emission in fluorescent solids. II. Spectroscopy and stimulated emission in ruby", *Phys. Rev.* **123**, 1151-1157 (1961).
- [10]. D. C. Cronmeyer, "Optical absorption characteristics of pink ruby", *J. Opt. Soc. Am.* **56**, 1703-1706 (1966).
- [11]. D. F. Nelson, M. D. Sturge, "Relation between absorption and emission in the region of the R lines of ruby", *Phys. Rev.* **137**, A1117-A1130 (1965).
- [12]. L. W. Hillman, R. W. Boyd, J. Krasinski, C. R. Stroud Jr., "Observation of a spectral hole due to population oscillations in a homogeneously broadened optical absorption line", *Opt. Commun.* **45**, 416-419 (1983).
- [13]. J. R. Alcalá, S. C. Liao, J. Zheng, "Real time frequency domain fibreoptic temperature sensor using ruby crystals", *Med. Eng. Phys.* **18**, 51-56 (1996).
- [14]. B. Jovanic, Lj. Zekovic, B. Radenkovic, "High pressure and lifetime of the 2E level in ruby", *Phys. Scripta* **43**, 446-448 (1991).
- [15]. A. D. Chijioke, W. J. Nellis, A. Soldatov, I. F. Silvera, "The ruby pressure standard to 150 GPa", *J. Appl. Phys.* **98**, 114905 (2005).
- [16]. F. Varsanyi, D. L. Wood, A. L. Schawlow, "Self-absorption and trapping of sharp-line resonance radiation in ruby", *Phys. Rev. Lett.* **3**, 544- 545(1959).
- [17]. D. E. Chandler, Z. K. Majumdar, G. J. Heiss, R. M. Clegg, "Ruby crystal for demonstrating time- and frequency-domain methods of fluorescence lifetime measurements", *J. Fluoresc.* **16**, 793-807 (2006).
- [18]. P. F. Liao, D. M. Bloom, "Continuous-wave backward-wave generation by degenerate four-wave mixing in ruby", *Opt. Lett.* **3**, 4-6 (1978).
- [19]. A. Schweinsberg, N. N. Lepeshkin, M. S. Bigelow, R. W. Boyd, S. Jarabo, "Observation of superluminal and slow light propagation in erbium-doped optical fiber", *EPL-Europhys. Lett.* **73**, 218-224 (2006).
- [20] http://www.unizar.es/departamentos/fisica_aplicada/tads/TAD%20Ruben%20Martinez%20Lorent e.pdf

1. Introducción

Desde la publicación en 1999 del trabajo de Hau *et al.* [1], en el que se presentaban resultados sobre propagación de la luz a una velocidad tan lenta como 17 m/s, el control de la velocidad de grupo en medios y estructuras se ha convertido en un tema de investigación de gran interés tanto desde un punto de vista fundamental como aplicado. De hecho, se espera que la luz lenta permita desarrollar en un futuro cercano nuevas aplicaciones en redes ópticas de comunicaciones, líneas de retardo, interferometría, computación óptica, memorias ópticas, procesado de información, etc [2].

Desde un punto de vista docente, resultaría muy interesante acercar este tema a los alumnos de máster y de los últimos cursos de grado. Sin

embargo, son temas relativamente complicados de llevar al laboratorio de prácticas debido a que, en general, suele ser necesario emplear un equipamiento bastante caro (moduladores electro-ópticos, láseres en continua de alta potencia, etc), ya que la idea básica de este tipo de experimentos consiste en determinar retrasos temporales a partir de la variación de fase (temporal) que experimenta un haz de luz modulado cuando atraviesa una muestra de material activo. No obstante, Cerdán *et al.* [3] han publicado recientemente un trabajo donde se propone una práctica de laboratorio sobre luz lenta en rubí [4,5] empleando materiales de uso general (poco específicos) y bajo coste. Se emplea como muestra una bolita de rubí sintético bombeada con un láser de Nd:YVO₄ doblado en frecuencia ($\lambda=532$ nm) que emite 10

mW. Para modular temporalmente la potencia emitida por este láser se emplea un modulador sencillo basado en el empleo de un motor de *chopper* y láminas plásticas polarizadoras.

Básicamente, el rubí sintético es corindón (Al_2O_3 , sistema trigonal) con impurezas de cromo (Cr^{3+}). Típicamente, el porcentaje en peso de iones cromo respecto a los iones aluminio es 0.05%, lo que equivale a una concentración de $1.58 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ [6]. Las principales características espectroscópicas del rubí [6-8] se recogen en la Fig. 1. Desde el nivel fundamental ($^4\text{A}_2$), hay dos bandas de bombeo bastante anchas centradas en torno a 400 nm y 550 nm hasta los estados $^4\text{F}_1$ y $^4\text{F}_2$, respectivamente. Es importante comentar que la sección eficaz de absorción para estas transiciones de bombeo depende del estado de polarización del haz de bombeo [9,10]. Desde cualquiera de estos dos niveles, los iones decaen rápidamente (picosegundos) hasta el estado excitado de la transición láser (^2E). Este estado presenta una degeneración 2, por lo que son posibles dos transiciones: R_1 (694.3 nm) y R_2 (692.9 nm). Como ambos niveles están termalizados, la transición R_1 es más intensa ya que el estado resulta más poblado que el estado ^2A . Usualmente, el comportamiento del rubí se asocia con un esquema de tres niveles. En la Fig. 1 se incluye un espectro de fluorescencia medido en este trabajo donde se observa la emisión de ambas transiciones pero también una emisión mucho más débil que se alarga hasta 725 nm, debida a la existencia de estados vibrónicos asociados a las transiciones R [11,12], los cuales complican el esquema de niveles del rubí.

Como tiempo de vida media se considera un valor típico de 3 ms. No obstante, este valor depende de la temperatura [11,13], de la presión [14,15] y de la concentración. Además, para alta presión o para concentraciones más altas que la típica (0.05%) aumenta la influencia de procesos no radiativos [11,14,16] (atrapamiento de la radiación resonante, radiación de los estados vibrónicos y pares de iones Cr-Cr), lo que conlleva que el tiempo de vida media sea sensiblemente superior, en torno a los 4 ms e incluso mayor [4,16,17]. De hecho, la muestra empleada en este trabajo tiene una concentración en peso de 0.5% y su tiempo de vida media es 4.1 ms (véase el Anexo I). Sin embargo, el tiempo de vida media efectiva que se obtiene ajustando las variaciones de fase temporal de la fluorescencia resulta ser de 3.15 ms (véase la Sección 4).

Entre los materiales más usuales que se emplean para construir láseres de estado sólido, el rubí presenta varias ventajas a la hora de diseñar prácticas de laboratorio para estudiantes: se bombea en el visible, su larga vida media permite frecuencias de modulación bajas (3 ms, 50 Hz), lo que se puede conseguir con moduladores sencillos y de bajo coste, y su intensidad de saturación resulta relativamente baja, ya que es inversamente proporcional al tiempo de vida media. Son interesantes valores bajos de la intensidad de saturación ya que este tipo de efectos dependen del cociente entre la intensidad de bombeo y la intensidad de saturación. Sin embargo, y aunque la sección eficaz de absorción para bombeo es bastante alta en este tipo de materiales, la intensidad de saturación resulta ser del orden de algún kW/cm^2 . Liao *et al.* [18] indican un valor de 1.5 kW/cm^2 para 514.5 nm. Utilizando valores de otros autores [9,10], puede estimarse entre 1.1 y 2.5 kW/cm^2 para 532 nm. Desde luego, otros materiales presentan tiempos de vida media más cortos lo que aumenta considerablemente sus intensidades de saturación. Por último, otra posibilidad para el laboratorio docente consistiría en realizar medidas de luz lenta en fibras dopadas con erbio [19], ya que: su vida media es 10 ms, la potencia de bombeo se confina fuertemente debido al proceso de guiado lo que conlleva intensidades de bombeo muy elevadas y, finalmente, la longitud de interacción

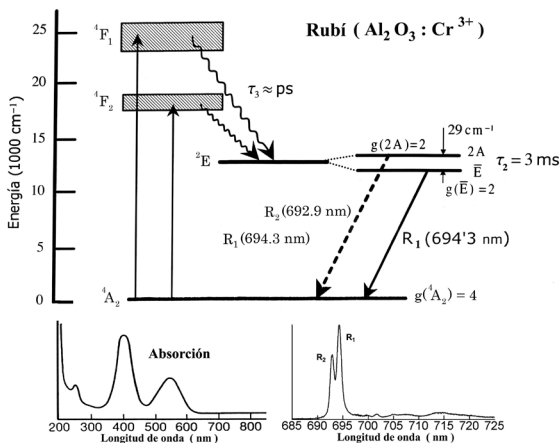


Fig. 1: Características espectroscópicas básicas del rubí.

es muy larga. No obstante, son montajes que emplean dispositivos y componentes bastante específicos.

El principal objetivo de este trabajo, el cual corresponde con la realización de un *Trabajo Académicamente Dirigido* [20], es reproducir medidas similares a las presentadas por Cerdán et al. sobre luz lenta en rubí empleando material docente disponible generalmente en laboratorios docentes. No obstante, nuestro montaje experimental incluye un monocromador en lugar de un filtro, lo que nos permite determinar también diferencias de fase (temporal) para la fluorescencia emitida por la muestra de rubí. Además, el monocromador nos garantiza una correcta separación entre fluorescencia y bombeo residual antes de la etapa de detección. También se han introducido cambios en el modulador y la potencia de bombeo es mayor (ahora es fácil conseguir láseres económicos que emiten en 532 nm). Además, se analizan los datos de una forma diferente y se determinan los índices de modulación de las intensidades de bombeo y de fluorescencia. Las medidas obtenidas se comparan con un modelo teórico y se ajustan los parámetros necesarios: el tiempo de vida media y el cociente entre intensidad de bombeo e intensidad de saturación. Aunque no hemos llegado a observar luz lenta, los resultados obtenidos permiten estimar qué potencia de bombeo sería necesaria para conseguirlo. Por otra parte, las medidas de desfase e índice de modulación en función de la frecuencia de modulación para la fluorescencia emitida resultan igualmente interesantes y útiles para desarrollar prácticas de laboratorio. De hecho, en la bibliografía se encuentra publicado un artículo docente muy completo sobre este tipo de medidas en rubí [17], en el que también encuentran unas variaciones del tiempo de vida media entre 3.3 ms y 3.9 ms, dependiendo de la fuente de excitación y del tipo de modulación.

2. Modelo teórico

El efecto de propagación de luz lenta en materiales activos puede explicarse teóricamente a partir de un modelo basado en las ecuaciones de balance de las poblaciones de los

niveles de energía y en la interacción entre dichas poblaciones y la intensidad óptica que se propaga a lo largo de la muestra. Por simplicidad, suele considerarse que la intensidad óptica depende sólo de la coordenada longitudinal z (dirección de propagación), pero no de las coordenadas transversales. Considerando que se trabaja con un haz láser monomodo transversal TEM_{00} , habría que tener en cuenta que la distribución transversal de potencia depende de la coordenada radial y, además, esta dependencia cambia a lo largo de la dirección de propagación. Más aún, si no se trabaja con muestras con caras paralelas (por ejemplo, una esfera). Por tanto, la intensidad óptica del haz se relaciona con su potencia a través de un área efectiva. Esta área no coincidirá con el área en el cuello del haz, sino que será mayor.

Si incidimos en la muestra con un haz de luz monocromático de intensidad óptica $I_p(z)$ resonante con una transición de bombeo del material activo, pero no empleamos luz resonante con la transición láser del medio, entonces la dinámica de las poblaciones puede expresarse mediante las ecuaciones:

$$n_g(z) + n_2(z) = 1, \quad (1)$$

$$\frac{dn_g(z)}{dt} = -W_p(z)n_g(z) + \frac{n_2(z)}{\tau}, \quad (2)$$

siendo $n_g(z) = N_g(z)/N_T$ y $n_2(z) = N_2(z)/N_T$ las poblaciones relativas del nivel fundamental y del nivel excitado de la transición láser, N_T la concentración del medio activo y τ el tiempo de vida media de la transición láser. $W_p(z)$ representa la probabilidad de absorción de bombeo por unidad de tiempo, átomo y fotón, la cual puede expresarse como

$$W_p(z) = \frac{\gamma_p I_p(z)}{h\nu_p N_T} = \frac{1}{\tau} \frac{I_p(z)}{I_0}, \quad (3)$$

con la intensidad de saturación I_0 definida mediante la expresión

$$I_0 = \frac{h\nu_p N_T}{\tau\gamma_p}, \quad (4)$$

y siendo γ_p el coeficiente de absorción para el haz de bombeo, ν_p la frecuencia óptica del haz de bombeo, h la constante de Planck y z la coordenada axial a lo largo de la dirección de

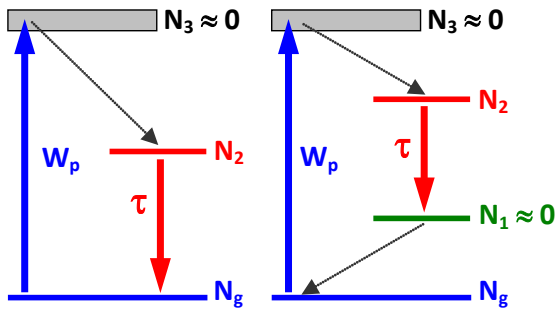


Fig. 2: Esquemas de 3 y 4 niveles considerados en el modelo teórico.

propagación en el medio activo. Es importante comentar que estas ecuaciones son válidas independientemente de que el comportamiento del material pueda asociarse tanto a un esquema de 3 como de 4 niveles (véase la Fig. 2), ya que no acoplamos luz resonante con la transición láser.

Como la intensidad $I_p(z)$ a lo largo del material sólo varía debido al proceso de absorción desde el nivel fundamental hasta el nivel excitado de la transición de bombeo, su evolución viene dada por la ecuación

$$\frac{dI_p(z)}{dz} = -\gamma_p n_g(z) I_p(z). \quad (5)$$

Imponiendo en las Ecs. (1) y (2) que la situación sea estacionaria, las poblaciones $n_g(z)$ y $n_2(z)$ vienen dadas por:

$$n_g(z) = \frac{I_0}{I_0 + I_p(z)}, \quad (6)$$

$$n_2(z) = \frac{I_p(z)}{I_0 + I_p(z)}. \quad (7)$$

Entonces, sustituyendo la Eq. (6) en la Eq. (5), operando e integrando entre 0 y z , la intensidad de bombeo evoluciona a lo largo de la muestra de acuerdo con:

$$\ln \left[\frac{I_p(z)}{I_p(0)} \right] + \frac{I_p(z) - I_p(0)}{I_0} + \gamma_p z = 0. \quad (8)$$

Ahora supondremos que modulamos temporalmente la intensidad de bombeo $I_p(z, t)$ con una frecuencia de modulación, un índice de modulación $r_p(0)$ y una fase $\varphi_p(0)$. Debido a la interacción con el medio, el índice de modulación y la fase del bombeo variarán a lo

largo de z , por lo que podemos expresar la intensidad de bombeo en la forma:

$$I_p(z, t) = I_p(z) \times \left[1 + r_p(z) \cos(\omega_m t + \varphi_p(z)) \right]. \quad (9)$$

Como la intensidad de bombeo está modulada, entonces las poblaciones resultarán moduladas temporalmente de acuerdo con las expresiones:

$$n_g(z, t) = n_g(z) \times \left[1 + r_g(z) \cos(\omega_m t + \varphi_g(z)) \right], \quad (10)$$

$$n_2(z, t) = n_2(z) \times \left[1 + r_2(z) \cos(\omega_m t + \varphi_2(z)) \right], \quad (11)$$

donde tanto los índices de modulación $r_g(z)$ y $r_2(z)$, como las fases $\varphi_g(z)$ y $\varphi_2(z)$ dependerán de la frecuencia de modulación, de la intensidad de bombeo y de las características del medio activo.

Como la intensidad de bombeo está modulada temporalmente, las Eqs. (1), (2), (3) y (5) pueden ser generalizadas en la forma:

$$n_g(z, t) + n_2(z, t) = 1, \quad (12)$$

$$\frac{\partial n_g(z, t)}{\partial t} = -W_p(z, t) n_g(z, t) + \frac{n_2(z, t)}{\tau}, \quad (13)$$

$$W_p(z, t) = \frac{1}{\tau} \frac{I_p(z, t)}{I_0}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial I_p(z, t)}{\partial z} = -\gamma_p n_g(z, t) I_p(z, t). \quad (15)$$

Sustituyendo las Ecs. (10) y (11) en la Ec. (12) y teniendo en cuenta las Ecs. (1), (6) y (7) se deducen las siguientes relaciones entre índices de modulación y fases de ambas poblaciones:

$$\varphi_2(z) = \varphi_g(z) - \pi, \quad (16)$$

$$r_2(z) = \frac{n_g(z)}{n_2(z)} r_g(z) = \frac{I_0}{I_p(z)} r_g(z). \quad (17)$$

Sustituyendo las Ecs. (9) y (10) en la Ec. (15), empleando la Ec. (5) y suponiendo que los índices de modulación $r_g(z)$ y $r_p(z)$ son mucho menores que la unidad, la Ec. (15) se transforma en la forma:

$$\frac{d\xi_p(z)}{dz} = -\gamma_p n_g(z) \xi_g(z), \quad (18)$$

donde los parámetros complejos $\xi_p(z)$ y $\xi_g(z)$ se definen como

$$\xi_{p,g}(z) = r_{p,g}(z)\exp[i\varphi_{p,g}(z)]. \quad (19)$$

Hay que resaltar que para obtener soluciones analíticas de este modelo es imprescindible considerar índices de modulación mucho menores que la unidad, lo cual no implica necesariamente que las soluciones no sean válidas para índices de modulación más altos, aunque evidentemente no puedan ser demasiado elevados. Para dicha situación, habría que recurrir a resolver numéricamente las ecuaciones del modelo teórico. No obstante, el error que se cometa debido a que el índice de modulación no sea lo bastante bajo, apenas se notará en cuanto las frecuencias de modulación sean lo suficientemente altas o mientras se trabaje con intensidades bajas de bombeo. En nuestro caso, esta discusión es especialmente relevante si tenemos en cuenta que en el montaje experimental utilizado la modulación del bombeo es total, es decir, su índice de modulación es la unidad. Por tanto, a la hora de ajustar teoría y experiencia resultará fundamental fijarse sobre todo en el comportamiento a frecuencia altas.

Por otra parte, sustituyendo las Ecs. (9), (10), (12) y (14) en la Ec. (13), empleando las Ecs. (6) y (19), y suponiendo que los índices de modulación $r_g(z)$ y $r_p(z)$ son mucho menores que la unidad, la Ec. (13) se transforma en la expresión:

$$\xi_g(z) = \xi(z)\xi_p(z) = r(z)\exp[i\varphi(z)]\xi_p(z), \quad (20)$$

siendo:

$$r(z) = \frac{\omega_c(z) - \frac{1}{\tau}}{\sqrt{\omega_c^2(z) + \omega_m^2}}, \quad (21)$$

$$\tan[\varphi(z)] = -\frac{\omega_m}{\omega_c(z)}, \quad (22)$$

$$(\cos[\varphi(z)] < 0, \sin[\varphi(z)] > 0),$$

o bien,

$$\varphi(z) = \frac{\pi}{2} + \arctan\left[\frac{\omega_c(z)}{\omega_m}\right], \quad (23)$$

y con una frecuencia $\omega_c(z)$ definida mediante:

$$\omega_c(z) = \frac{1}{\tau n_g(z)} = \frac{1}{\tau} \left[1 + \frac{I_p(z)}{I_0} \right]. \quad (24)$$

Sustituyendo las Ecs. (20), (21) y (22) en la Ec. (18), y teniendo en cuenta que, tal como se deduce derivando en la Ec. (24) respecto a z ,

$$\frac{d\omega_c(z)}{dz} = -\gamma_p n_g(z) \left[\omega_c(z) - \frac{1}{\tau} \right], \quad (25)$$

entonces se llega a la expresión:

$$\frac{1}{\xi_p(z)} \frac{d\xi_p(z)}{dz} = \frac{i\omega_m - \omega_c(z)}{\omega_c^2(z) + \omega_m^2} \frac{d\omega_c(z)}{dz}, \quad (26)$$

cuya integración entre 0 y z nos permite establecer que $\varphi_p(z)$ y $r_p(z)$ evolucionan a lo largo del medio activo de acuerdo con:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_p(z) &= \varphi_p(z) - \varphi_p(0) = \\ &= \arctan\left[\frac{\omega_c(z)}{\omega_m}\right] - \arctan\left[\frac{\omega_c(0)}{\omega_m}\right], \end{aligned} \quad (27)$$

$$r_p(z) = r_p(0) \frac{\sqrt{\omega_c^2(0) + \omega_m^2}}{\sqrt{\omega_c^2(z) + \omega_m^2}}, \quad (28)$$

Por último, la evolución de $\varphi_g(z)$ y de $r_g(z)$ podemos determinarla a partir de $\varphi_p(z)$ y de $r_p(z)$ ya que, como indica la Eq. (20),

$$\varphi_g(z) = \varphi_p(z) + \varphi(z), \quad (29)$$

$$r_g(z) = r_p(z)r(z). \quad (30)$$

Además, sustituyendo las Ecs. (22), (27) y (29) en (16) y teniendo en cuenta que:

$$\arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}, \text{ si } x > 0, \quad (31)$$

la evolución de $\varphi_2(z)$ viene dada por:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_2(z) &= \varphi_2(z) - \varphi_p(0) = \\ &= 2\arctan\left[\frac{\omega_c(z)}{\omega_m}\right] - \arctan\left[\frac{\omega_c(0)}{\omega_m}\right] - \frac{\pi}{2}, \end{aligned} \quad (32)$$

y sustituyendo las Ecs. (21), (28) y (30) en (17) y teniendo en cuenta la Ec. (24), la evolución de $r_2(z)$ resulta ser:

$$r_2(z) = r_p(0) \frac{1}{\tau} \frac{\sqrt{\omega_c^2(0) + \omega_m^2}}{\omega_c^2(z) + \omega_m^2}. \quad (33)$$

En resumen, considerando que conocemos los parámetros característicos del medio activo (τ , γ_p e I_0) podemos calcular los índices de modulación y las fases a lo largo de dicho material para cualquier frecuencia de modulación ω_m cuando incidimos con una intensidad de bombeo de valor medio $I_p(0)$ e índice de modulación $r_p(0)$. Para ello, lo más

directo es seguir el siguiente esquema de cálculo:

- 1º Se determinan los valores de $I_p(z)$ resolviendo la Ec. (8) (empleando el método numérico de *Raphson-Newton*, por ejemplo);
- 2º se evalúa $\omega_c(z)$ mediante la Ec. (24);
- 3º se calculan $\Delta\varphi_p(z)$ y $r_p(z)$ empleando las Ecs. (27) y (28); y finalmente,
- 4º se determinan $\Delta\varphi_2(z)$ y $r_2(z)$ con las Ecs. (32) y (33).

En este esquema de cálculo nos referimos a $\Delta\varphi_p$ y $\Delta\varphi_2$ porque no dependen de $\varphi_p(0)$ (hay que tener en cuenta que experimentalmente no mediremos fases, sino diferencias de fase). Además, se ha obviado el cálculo de $\Delta\varphi_g$ y r_g porque no es posible llevar a cabo su medida directa. Sin embargo, sí es factible la medida de $\Delta\varphi_p$ y de r_p midiendo la intensidad de bombeo con y sin muestra de material activo y de $\Delta\varphi_2$ y de r_2 a partir de medidas de fluorescencia. También hay que comentar que, aunque formalmente se mantiene la dependencia en z , sólo comparemos teoría y experimento en $z=L$, siendo L la longitud de la muestra de material activo.

Considerando un tiempo de vida media típico de 3 ms y teniendo en cuenta que para nuestra muestra $L = 6.35$ mm y $\gamma_p = 0.571$ mm⁻¹ (véase la Sección 4), podemos calcular los desfases y los índices de modulación de bombeo y de fluorescencia. En la Fig. 3 se representa el desfase de bombeo $\Delta\varphi_p$ en función de la frecuencia de modulación para varias intensidades de bombeo. De acuerdo con la Ec. (27), $\Delta\varphi_p$ es siempre negativa (retraso) ya que $\omega_c(z)$ es siempre menor que $\omega_c(0)$ puesto que el medio es absorbente. Con independencia de la frecuencia de modulación, el desfase de bombeo tiende a cero tanto si la intensidad de bombeo es muy baja como si la intensidad es muy alta, ya que en ambos casos $\omega_c(0)$ y $\omega_c(L)$ tienden a un mismo valor. Como puede apreciarse, el desfase tiende a cero para frecuencias muy bajas y para frecuencias muy altas y siempre presenta un desfase máximo. La frecuencia de modulación a la que se produce este desfase máximo aumenta con la intensidad de bombeo. Derivando la Ec. (27) respecto a la frecuencia de modulación, se

obtiene que estos valores máximos vienen dados por las expresiones siguientes:

$$\omega_{m,\max} = \sqrt{\omega_c(0)\omega_c(L)}, \quad (34)$$

$$\Delta\varphi_{p,\max} = \frac{\pi}{2} - 2\arctan \sqrt{\frac{\omega_c(0)}{\omega_c(L)}}. \quad (35)$$

Hay que hacer notar que $\omega_{m,\max}$ depende de τ , mientras que $\Delta\varphi_{p,\max}$ es independiente de τ . Por tanto, se puede conseguir el mismo valor de $\Delta\varphi_{p,\max}$ con cualquier material activo independientemente de su vida media, siempre que trabajemos con el mismo valor del producto $\gamma_p L$ y con la misma intensidad relativa de bombeo, $I_p(0)/I_0$. En las Figs. 4 y 5 se representan $\omega_{m,\max}$ y $\Delta\varphi_{p,\max}$ en función de la intensidad de bombeo. A su vez, el desfase máximo presenta un valor óptimo de -0.414 rad (-23.7 deg) con una frecuencia de modulación de 114 Hz cuando la intensidad de bombeo es $I_p = 2.3I_0$.

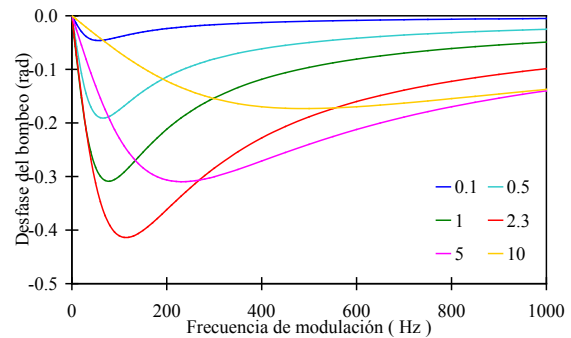


Fig. 3: Desfase del bombeo $\Delta\varphi_p$ en función de la frecuencia de modulación para varias intensidades relativas de bombeo (I_p/I_0).

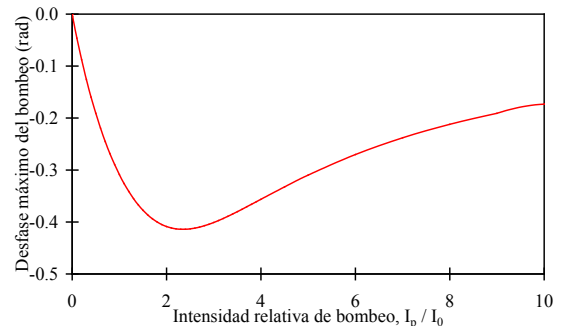


Fig. 4: Desfase máximo del bombeo en función de su intensidad relativa.

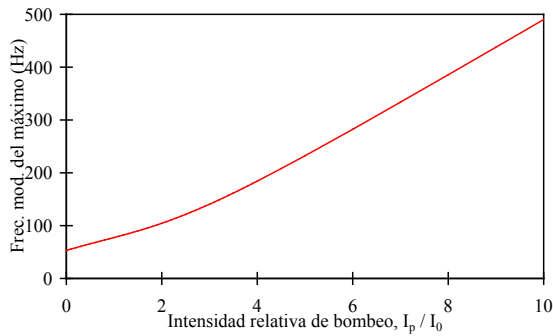


Fig. 5: Frecuencia de modulación del máximo desfase de bombeo en función de su intensidad relativa.

En la Fig. 6 se representa cómo cambia el índice de modulación del bombeo en función de la frecuencia de modulación para varias intensidades de bombeo. De acuerdo con la Ec. (28), $r_p(L)/r_p(0)$ debe siempre mayor que la unidad (como el medio es absorbente, $\omega_c(L) < \omega_c(0)$). El índice de modulación cambia fuertemente para frecuencias bajas, pero conforme la frecuencia de modulación aumenta, el cambio en el índice de modulación disminuye tendiendo a la unidad para frecuencias suficientemente altas ($\omega_m \gg 1/\tau$, siempre que se trabaje con intensidades bajas de bombeo). Los mayores cambios se producen para intensidades de bombeo del orden de la intensidad de saturación. Es necesario recordar que estos resultados son válidos únicamente para índices de modulación bajos, por lo que hay que tener especial cuidado a la hora de interpretar estos resultados, sobre todo, si experimentalmente se trabaja con índices de modulación cercanos a la unidad.

En la Fig. 7 se representa el desfase de la fluorescencia en función de la frecuencia de modulación para varias intensidades de bombeo. De acuerdo con la Ec. (32), este desfase es siempre negativo (retraso) y debe tender a $-\pi/2$ cuando la frecuencia de modulación tiende a infinito. Esto no implica que para frecuencias intermedias el desfase no pueda alcanzar valores mayor, como sucede para intensidades de bombeo del orden de la intensidad de saturación (en concreto, para $I_p = 2.3I_0$, cuando la frecuencia de modulación es de 350 Hz, llega a alcanzar -1.61 rad). Conforme más corto es el tiempo de vida media, los desfases se aproximan

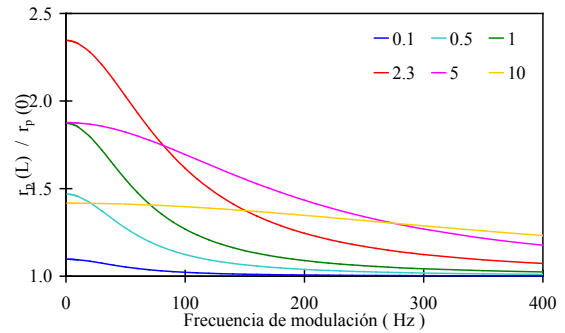


Fig. 6: Cambio del índice de modulación del bombeo en función de su intensidad relativa.

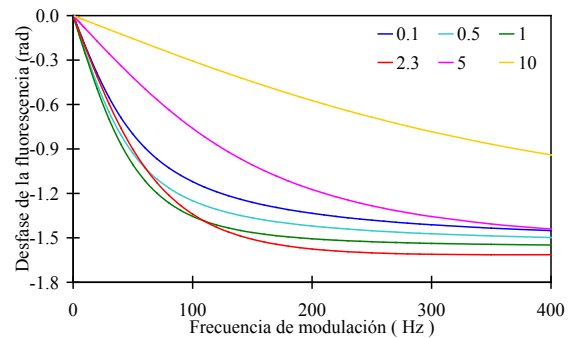


Fig. 7: Desfase de la fluorescencia $\Delta\varphi_2$ en función de la frecuencia de modulación para varias intensidades relativas de bombeo.

al valor asintótico de $-\pi/2$ a frecuencias de modulación más altas. Es importante comentar que, aunque el bombeo sea muy débil, siempre existe un desfase de la fluorescencia, contrariamente a lo que ocurre para el desfase de bombeo (véase Fig. 5). De hecho, teniendo en cuenta la Ec. (32) y la Ec. (24), en la aproximación de bombeo débil, el desfase de la fluorescencia resulta ser:

$$\Delta\varphi_2(z) \approx -\arctan(\tau\omega_m). \quad (36)$$

Como sólo depende de τ , midiendo $\Delta\varphi_2(z)$ en función de ω_m es posible determinar el tiempo de vida media empleando esta expresión, considerando principalmente su comportamiento asintótico.

En la Fig. 8 se representa cómo cambia el índice de modulación de la fluorescencia en función de la frecuencia de modulación para varias intensidades de bombeo. Es necesario comentar que, de acuerdo con la Ec. (33), el índice de modulación cambia fuertemente con la frecuencia. Conforme la frecuencia de modulación aumenta, el índice de modulación de

la fluorescencia disminuye y tiende a cero para frecuencias suficientemente altas. Nuevamente, aunque el bombeo sea muy débil, la fluorescencia está modulada, al contrario que ocurre con la modulación de bombeo (véase la Fig. 6). De hecho, teniendo en cuenta la Ec. (33) y la Ec. (24), en la aproximación de bombeo débil, el índice de modulación de la fluorescencia resulta ser:

$$r_2(z) = \frac{r_p(0)}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega_m^2}} \quad (37)$$

Como sólo depende de τ , midiendo $r_2(z)$ en función de ω_m es posible determinar el tiempo de vida media empleando esta expresión, considerando principalmente su comportamiento asintótico.

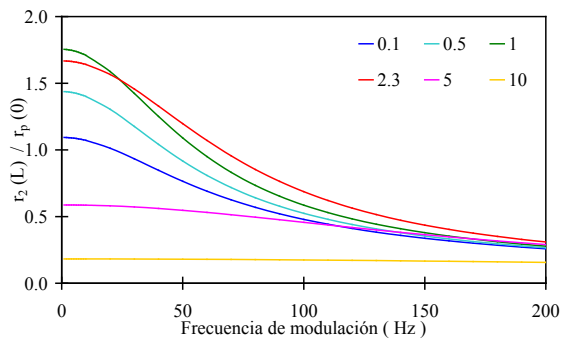


Fig. 8: Cambio del índice de modulación de la fluorescencia en función de la intensidad relativa de bombeo.

3. Montaje experimental

En la Fig. 9 se muestra el esquema del montaje experimental utilizado para medir el desfase de la intensidad de bombeo tras atravesar la muestra de rubí y de la intensidad de fluorescencia emitida por dicha muestra. Para facilitar la comprensión del montaje se incluye una fotografía de la instalación en la Fig. 10.

La intensidad de bombeo procede de un láser de Nd:YVO₄ doblado en frecuencia (modelo HSH-J5-150 de Wenzhou Fengyuan Optoelectronics), el cual emite una potencia (nominal) de 160 mW en 532 nm. Esta longitud de onda resulta bastante cercana a la de máxima absorción de una de las bandas de absorción del rubí (véase la Fig. 1). Como emite en un estado de polarización elíptico (aunque bastante cercano a lineal), su emisión se polariza linealmente (en dirección

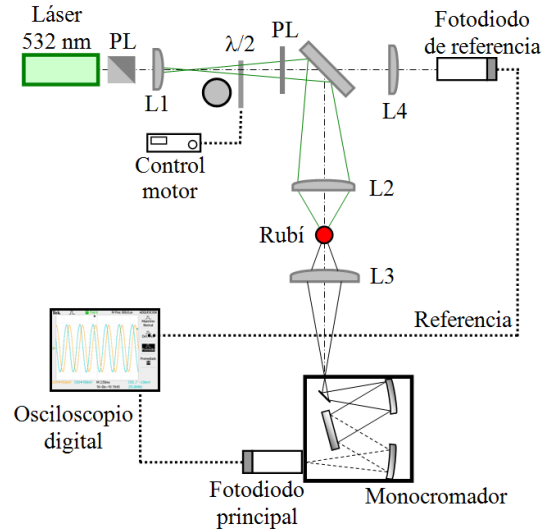


Fig. 9: Esquema del montaje experimental utilizado.

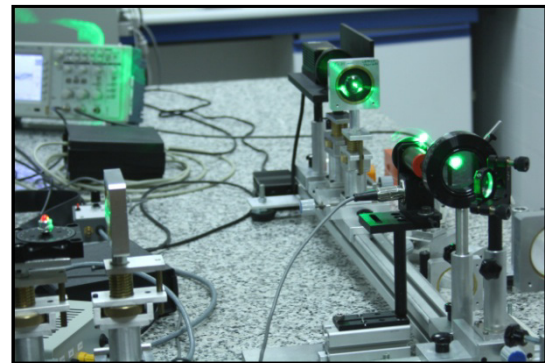


Fig. 10: Montaje experimental.

horizontal) mediante un prisma de polarización del tipo Glan-Taylor. Tras el prisma, la potencia del haz láser queda reducida a 120 mW.

Como modulador sencillo y accesible del haz de bombeo se emplea una lámina plástica desfasadora $\lambda/2$ que gira a una velocidad angular controlada y un polarizador lineal plástico (polarización horizontal). La lámina desfasadora está montada sobre el motor de un *chopper* y su velocidad de rotación se controla mediante el controlador del propio *chopper*. Para evitar quemar las láminas polarizadoras, el haz láser se expande con ayuda de una lente convergente (L1) de 35 mm de focal. Suponiendo que los dos elementos de polarización son ideales, y con independencia del ángulo que formen entre sí la dirección de polarización del haz incidente y la dirección de polarización del polarizador lineal, el factor de transmisión de este modulador viene dado por la expresión:

$$T = \frac{1}{2} [1 + \cos(4\omega t + \varphi_0)], \quad (38)$$

donde ω es la velocidad angular de rotación y φ_0 es el desfase inicial de la modulación, el cual depende de la orientación inicial de las líneas neutras de la lámina desfasadora y del ángulo que formen entre sí la dirección de polarización del haz incidente y la dirección de polarización del polarizador lineal. De la Ec. (38) se deduce que la frecuencia de modulación es $\omega_m = 4\omega$, que la modulación es completa y que la modulación tiene un comportamiento puramente sinusoidal. Además, el modulador no introduce pérdidas, excepto las debidas a atenuación en los elementos polarizadores. Evidentemente, este tipo de moduladores no pueden competir con los moduladores electro-ópticos. De hecho, están limitados a modulaciones de baja frecuencia y presentan problemas de vibraciones. Además, son sensibles a las curvaturas que pueda tener la lámina desfasadora (de plástico). Para paliar el efecto sobre las medidas, las señales moduladas que llegan al osciloscopio se promedian antes de su captura. En la Fig. 11 se muestra un ejemplo de la modulación que se consigue.

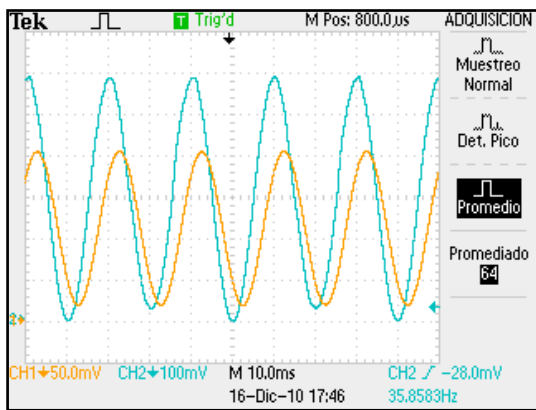


Fig. 11: Ejemplo de modulación.

Una vez modulada, la intensidad de bombeo se refleja en un espejo orientado a 45 grados de forma que la mayor parte de la intensidad se focaliza sobre la muestra de rubí empleando una lente convergente (L2) de 50 mm de focal. Una pequeña fracción de la intensidad atraviesa el espejo y se focaliza empleando una lente (L4) convergente de 100 mm de focal sobre un fotodiodo, cuya respuesta nos sirve de señal de

referencia para medir los desfases. Una parte de la fluorescencia emitida por la muestra de rubí es recogida con otra lente convergente (L3) de 50 mm de focal y se focaliza en la rendija de entrada de un monocromador. El monocromador se emplea como filtro espectral (resolución de 20 nm) de forma que, al fotodiodo (en adelante, fotodiodo principal) que se coloca en la rendija de salida, o le llegue fluorescencia o le llegue el bombeo residual, es decir, la intensidad de bombeo que no ha sido absorbida por el rubí. El monocromador nos garantiza una correcta separación entre ambos tipos de potencia antes de la etapa de detección, evitando falsas interpretaciones sobre el posible desfase de la intensidad de bombeo (véase anexo II). De esta forma, es posible medir el desfase de la fluorescencia (694 nm) y el desfase del bombeo residual (532 nm) con el mismo montaje. Los dos fotodiodos empleados son iguales (Thorlabs, modelo FDS100, silicio) entre sí y están integrados en circuitos electrónicos iguales para evitar que las señales de ambos detectores estén desfasadas en ausencia de medio activo. Esto resulta muy práctico en la fase de puesta a punto del montaje, eliminando falsas interpretaciones previas al registro sistemático de medidas. No obstante, aunque no fuese así, nuestras medidas no se verían alteradas ya que siempre se corresponden con la diferencia entre las fases de las señales proporcionadas por ambos detectores.

La muestra activa con la que se ha realizado la mayor parte del trabajo es una esfera de rubí de 6.35 mm de diámetro y con una concentración de Cr^{3+} al 0.5% en peso (Edmund Optics). La potencia de bombeo modulada que llega a la muestra varía desde 0 hasta 31.2 mW (potencia media de 15.6 mW y modulación completa). El coeficiente de absorción de esta muestra es 0.571 mm^{-1} (véase la Sección 4) y su tiempo de vida media es 4.1 ms (véase el Anexo I). No obstante, también se utilizó en este trabajo otra muestra de rubí mucho menos dopada (son muestras que se adquieren como alejandrita para bisutería) en forma de lámina (2.6 mm de espesor) y su tiempo de vida media es 3.1 ms (véase el Anexo I). El rubí se desplazó longitudinalmente respecto a la lente de focalización L2 para ajustar la posición del foco hasta optimizar el índice de modulación de la

fluorescencia detectada. Como el coeficiente de absorción del rubí depende del estado de polarización del haz de bombeo, las muestras se orientan de forma manual hasta maximizar el índice de modulación de la fluorescencia emitida. De esta forma, aseguramos que el valor del coeficiente de absorción del bombeo sea el mayor posible y, por tanto, sea mayor el efecto sobre los desfases y los índices de modulación que se necesitan medir. Aunque con el mismo fin también es posible rotar la dirección de polarización del haz de bombeo girando el polarizador lineal del modulador, resulta que se modifica apreciablemente la señal de referencia, lo que dificulta el proceso de medida. En la Fig. 12 se muestra en detalle la esfera de rubí y, gracias a la fluorescencia emitida (delante de la cámara fotográfica se colocaron las gafas de protección a modo de filtro), puede apreciarse cómo el bombeo se focaliza el bombeo dentro de la esfera y cómo se atenúa conforme se propaga a lo largo de la esfera.



Fig. 12: Esfera de rubí bombeada.

4. Medidas y comparación teoría-experiencia

El objetivo principal de las medidas realizadas es determinar experimentalmente los desfases y los índices de modulación de la fluorescencia emitida por la muestra activa ($\Delta\varphi_2$ y r_2) y de la intensidad de bombeo tras atravesar el rubí ($\Delta\varphi_p$ y r_p) en función de la frecuencia de modulación. Por tanto, se miden las señales (con el osciloscopio en acoplamiento DC) proporcionadas simultáneamente por ambos detectores en tres situaciones experimentales distintas:

- a) Sin esfera de rubí y con el monocromador seleccionando 532 nm. El desfase entre ambas señales corresponde a la fase del bombeo incidente, $\varphi_p(0)$. Analizando la señal modulada procedente del fotodiodo principal, se determina el índice de modulación de la intensidad de bombeo incidente, $r_p(0)$.
- b) Con esfera de rubí y con el monocromador seleccionando 532 nm. El desfase entre ambas señales corresponde a la fase del bombeo a la salida del rubí, $\varphi_p(L)$. Con este valor se determina el desfase sufrido por la intensidad de bombeo, $\Delta\varphi_p$. A partir de la señal modulada del fotodiodo principal, se obtiene el índice de modulación de la intensidad de bombeo residual, $r_p(L)$.
- c) Con esfera de rubí y con el monocromador seleccionando 694 nm. El desfase entre ambas señales corresponde a la fase de la fluorescencia emitida por el rubí, $\varphi_2(L)$, y entonces se puede calcular el desfase $\Delta\varphi_2$. El índice de modulación de la fluorescencia, $r_2(L)$, se determina como en los dos casos anteriores.

Estos tres tipos de medidas se realizaron para un conjunto de 16 frecuencias de modulación, $\nu_m = 10, 20, \dots, 100, 150, \dots, 400$ Hz, capturando las trazas del osciloscopio para acoplamiento en DC. Las mismas medidas se realizaron también trabajando con el osciloscopio en acoplamiento AC, empleándolas para comprobar los desfases obtenidos y también para determinar el coeficiente de absorción del bombeo, como se comentará con más detalle más adelante. Lógicamente, estas medidas no son útiles para determinar índices de modulación.

El desfase entre las señales proporcionadas por ambos fotodiodos se determina utilizando un programa implementado en Visual Basic que, para cada uno de los dos canales, selecciona un periodo completo y ajusta los valores de voltaje a la función:

$$V(t) = V_m + \frac{V_{pp}}{2} \cos(2\pi\nu_m t + \varphi). \quad (39)$$

El algoritmo de ajuste consta de los siguientes pasos:

1. Se determinan unos valores iniciales de V_m y de V_{pp} mediante las expresiones:

$$V_m = \langle V(t) \rangle, V_{pp} = 2\sqrt{2[\langle V^2(t) \rangle - V_m^2]} \quad (40)$$

- Mediante ajuste a línea recta por mínimos cuadrados se determinan v_m y φ , tras haber definido previamente la variable

$$y = 2\pi - \arccos \left[\frac{2(V - V_m)}{V_{pp}} \right] \quad (41)$$

- Mediante un nuevo ajuste a línea recta, Ec. (39), por mínimos cuadrados se recalculan los valores de V_m y de V_{pp} . Este procedimiento (puntos 2 y 3) se itera hasta alcanzar convergencia.

- Como no se ha impuesto hasta ahora que la frecuencia de modulación debe ser un único parámetro para ambos canales, no es posible determinar aún el desfase entre ambas señales. Entonces, se fija el valor de la frecuencia de modulación como el valor medio de los valores obtenidos para cada uno de los dos canales.

- Manteniendo los valores de V_m y de V_{pp} obtenidos para ambos canales, se determina el valor de φ mediante la expresión:

$$\varphi = \langle 2\pi - \arccos \left[\frac{2(V - V_m)}{V_{pp}} \right] \rangle - 2\pi v_m t \quad (42)$$

- Mediante un nuevo ajuste a línea recta, Ec. (39), por mínimos cuadrados se recalculan los valores de V_m y de V_{pp} . Este proceso (puntos 5 y 6) se itera hasta alcanzar convergencia en los valores de V_m , V_{pp} y φ para ambos canales.

Para ilustrar la calidad de los ajustes obtenidos, en las Figs. 13 y 14 se presentan dos ejemplos. El primero de ellos corresponde a un caso en el que el ajuste es excelente, mientras que el segundo caso corresponde a uno de los peores ajustes obtenidos y es representativo únicamente de unos pocos ajustes de entre todos los realizados. Además, que sea uno de los peores ajustes no implica que afecte sensiblemente a los valores de ajuste.

Los dos valores de φ (uno de cada canal) sirven para determinar el desfase de la intensidad de bombeo y de la fluorescencia eliminando el desfase que pueda existir entre las respuestas de ambos fotodiodos. Con los valores de V_m y de V_{pp} para la señal procedente del

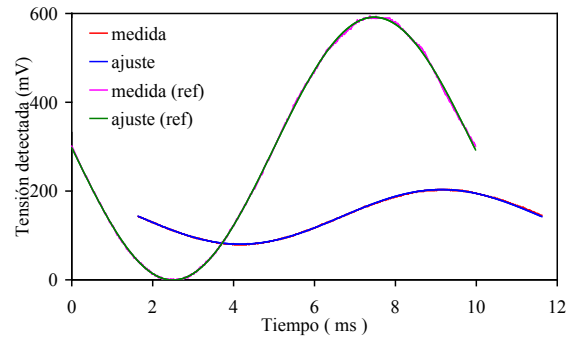


Fig. 13: Ejemplo de ajuste.

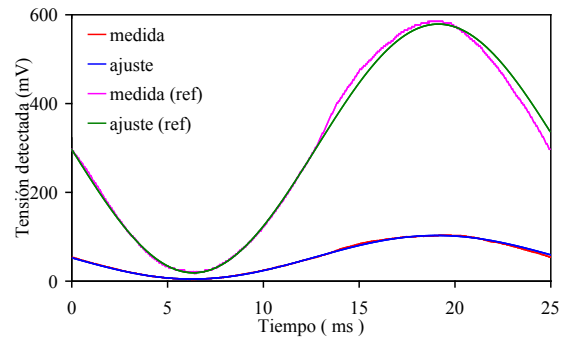


Fig. 14: Ejemplo de ajuste.

fotodiodo principal se puede determinar el índice de modulación r (sólo trabajando con acoplamiento en DC) teniendo en cuenta que:

$$r = \frac{V_{pp}}{2V_m} \quad (43)$$

Este valor de V_m también es útil para determinar cómo varían con la frecuencia los valores medios de la intensidad de bombeo y de la fluorescencia. De hecho, a partir de los valores medios obtenidos para la intensidad de bombeo incidente y para la intensidad de bombeo residual se determina el coeficiente de absorción para la intensidad de bombeo, ya que:

$$\frac{I_p(L)}{I_p(0)} \approx (1 - R)^2 e^{-\gamma_p L}, R = \left(\frac{n - 1}{n + 1} \right)^2, \quad (44)$$

siendo R el coeficiente de reflexión para incidencia normal en las caras de la muestra de rubí ($n=1.77$, $R=7.7\%$). De las medidas realizadas (con acoplamiento en AC para que no influya la tensión de fondo del detector) para diferentes frecuencias de modulación obtuvimos 26 valores para el coeficiente de absorción de bombeo, con un valor promedio de $\gamma_p = 0.571 \pm 0.002 \text{ mm}^{-1}$ (0.4%). El error

estadístico es muy bajo debido a que el producto $\gamma_p L = 3.63$ es mucho mayor que la unidad. Por otra parte, para que el valor obtenido de γ_p no esté afectado por un error sistemático relativamente elevado es necesario que la Ec. (44) sea una buena aproximación, lo cual se consigue si la intensidad de bombeo es suficientemente baja. Para nuestra muestra, teniendo en cuenta la Eq. (8), el error sistemático es inferior al 3% si $I_p(0)/I_0 < 0.12$, inferior al 1% si $I_p(0)/I_0 < 0.036$, e inferior a 0.5% si $I_p(0)/I_0 < 0.02$.

La comparación de los resultados experimentales con el modelo teórico presentado se muestra en las Figs. 15 a 18. En primer lugar, los valores medidos para el desfase y el índice de modulación de la fluorescencia se ajustan simultáneamente mediante dos parámetros: el tiempo de vida media, τ , y la intensidad relativa de bombeo, $I_p(0)/I_0$. En las Figs. 15 y 16 se muestran los ajustes obtenidos. Los valores de los parámetros de ajuste son: $\tau = 3.15$ ms e $I_p(0)/I_0 < 0.02$. Si disminuimos el valor de la vida media se mejora ligeramente el desfase, pero empeora el índice de modulación. Si aumentamos dicho valor, ocurre justo lo contrario. Este valor para el tiempo de vida media no coincide con el medido directamente (4.1 ms, véase Anexo I). De hecho, se probó a realizar los ajustes con tiempos de vida media en torno a 4 ms, pero los resultados fueron desastrosos, tanto para baja como para alta frecuencia de modulación. En cuanto a la intensidad relativa de bombeo, mientras su valor sea inferior a 0.02 los ajustes son prácticamente iguales, pero a partir de dicho valor empiezan a empeorarse notablemente los ajustes de ambas magnitudes.

Considerando nuevamente que las ecuaciones teóricas son válidas sólo para índices de modulación bajos y que experimentalmente se trabaja con modulación completa, se ensayaron otros valores de ajuste procurando que ajustasen el comportamiento asintótico tanto del desfase como del índice de modulación, sin éxito. Esto implica que el modelo teórico apenas introduce errores en el desfase y en el índice de modulación de la fluorescencia debido a la aproximación de suponer que el índice de modulación es muy bajo.

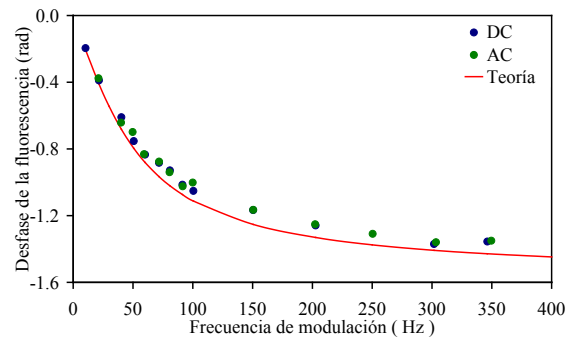


Fig. 15: Comparación teoría-experiencia del desfase de la fluorescencia.

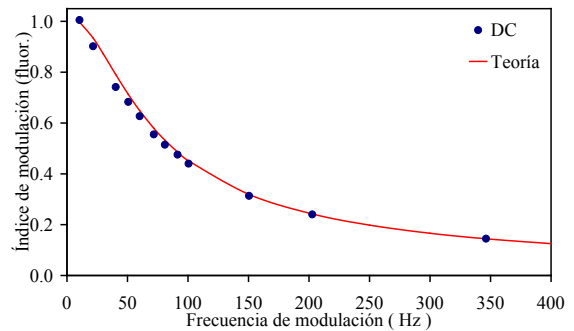


Fig. 16: Comparación teoría-experiencia del índice de modulación de la fluorescencia.

En las Figs. 17 y 18 se comparan los valores experimentales y teóricos para el desfase y el índice de modulación de la intensidad de bombeo. Aún calculando los valores teóricos para una intensidad relativa de bombeo de 0.02, es decir, el máximo que nos permite el ajuste realizado, tanto el desfase como el índice de modulación muestran valores demasiado bajos para poder medirlos con la precisión suficiente ya que están por debajo de la sensibilidad del método de medida. Esto se corrobora porque los valores experimentales no muestran ninguna dependencia definida con la frecuencia de modulación, es decir, corresponden a ruido experimental. Además, para frecuencias de modulación bajas, se mide un cociente entre índices de modulación superior a la unidad, lo cual es imposible ya que trabajamos con modulación completa.

Al no encontrar retraso temporal del bombeo se realizaron algunas comprobaciones adicionales del montaje obteniendo el mismo resultado (véase el Anexo II).

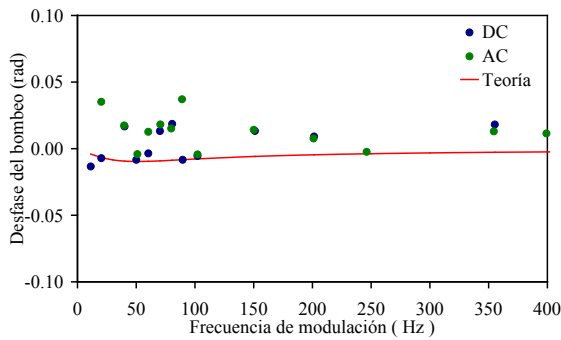


Fig. 17. Comparación teoría-experiencia del desfase del bombeo.

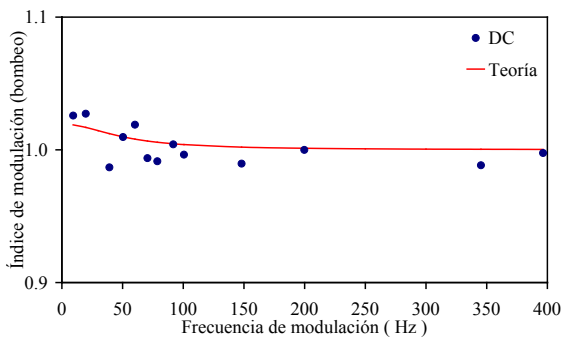


Fig. 18: Comparación teoría-experiencia del índice de modulación del bombeo.

Considerando una intensidad de saturación de 1.5 kW/cm^2 [18] y teniendo en cuenta que la intensidad relativa de bombeo es menor que 0.02, podemos estimar que, como máximo, disponemos de una intensidad de bombeo de 30 W/cm^2 . Si tenemos en cuenta que incidimos en la esfera de rubí con una potencia media de 15.6 mW, el área efectiva correspondería a un radio de $180 \mu\text{m}$, como mínimo. Utilizando el modelo teórico y teniendo en cuenta la sensibilidad del método de medida, se necesitaría para observar el efecto que la intensidad relativa de bombeo fuese 0.2. Por ello, se necesitaría una intensidad de bombeo de, al menos, 300 W/cm^2 . Esto se podría conseguir aumentando la potencia del láser de bombeo, reduciendo el área efectiva, o de ambas maneras a la vez.

Por último, hay que hacer notar que, como la intensidad relativa de bombeo es inferior a 0.02, el error sistemático que puede afectar al coeficiente de absorción de bombeo será menor que el 0.5%, es decir, del mismo orden que el error estadístico.

5. Conclusiones

Se ha presentado un modelo teórico, basado en las ecuaciones de balance de las poblaciones y de evolución de la intensidad óptica a lo largo de un medio activo, para determinar el desfase y el índice de modulación en función de la frecuencia de modulación, tanto de la intensidad de bombeo como de la intensidad de fluorescencia emitida. Este modelo asume que los índices de modulación son mucho menores que la unidad.

Se ha desarrollado un montaje experimental con material docente que permite medir dichos parámetros en función de la frecuencia de modulación. La intensidad de bombeo es modulada completamente, es decir, se ha trabajado con un índice de modulación unidad.

Aunque modular completamente el haz de bombeo no perjudica a los resultados experimentales sobre la existencia de efectos de retraso temporal, sí obliga a interpretar de forma prudente la comprobación entre teoría y experiencia, ya que el modelo teórico asume índices de modulación bajos. Por tanto, en dicha interpretación es imprescindible tener presente que el error que se comete debido a que el índice de modulación no sea lo bastante bajo, apenas se aprecia modulando a frecuencias suficientemente altas o bombeando con intensidades muy débiles.

La comparación teoría-experiencia del desfase y el índice de modulación de la fluorescencia resulta satisfactoria. Sin embargo, debido a la baja intensidad de bombeo disponible ($<0.02I_0$), el desfase y el índice de modulación del bombeo son menores que la sensibilidad de medida. Por tanto, no podemos asegurar que el bombeo incidente sufra retraso temporal alguno. Además, tampoco parece esperable que se consiga observar retraso temporal del bombeo si se trabaja con pequeñas modulaciones.

Las medidas de desfase de la fluorescencia pueden constituir en sí mismas una práctica de laboratorio docente muy interesante, proporcionando un método para determinar experimentalmente el tiempo de vida media efectivo de la muestra y comparándolo con el tiempo de vida media que se obtiene a partir de las caídas temporales de la fluorescencia

transversal. El tratamiento de los datos se simplifica ya que tanto el desfase como el índice de modulación de la fluorescencia pueden medirse directamente en el osciloscopio. Si además, tal como proponen Cerdán *et al.* [3], se trabaja con el osciloscopio en modo XY, el efecto de variación de la fase puede ser claramente visualizado.

Los resultados obtenidos no están de acuerdo con el artículo publicado por Cerdán *et al.* [3], en el que los autores aseguran que se observa retraso temporal del bombeo utilizando una intensidad relativa de bombeo de 0.025 y 0.014. Además, en el artículo de Bigelow *et al.* [4], se muestran resultados con intensidades relativas de bombeo que son siempre superiores a 0.4.

Anexo I. Espectro de fluorescencia y tiempo de vida media

Como se comentó en la Sección 3, la esfera de rubí se orienta manualmente hasta maximizar el índice de modulación de la fluorescencia emitida. Aprovechando el montaje experimental se midió el espectro de fluorescencia longitudinal para varias orientaciones de la esfera de rubí. Además, una vez completadas las medidas expuestas en la sección 4, se modificó el montaje para detectar fluorescencia en dirección transversal, midiendo el espectro de fluorescencia transversal para varias orientaciones de la esfera de rubí y de la otra muestra de rubí poco dopado. Finalmente, detectando la fluorescencia transversal y modulando el láser de bombeo con un *chopper* se determinó el tiempo de vida de la transición láser del rubí empleando ambas muestras.

En la Fig. 19 se muestran los espectros de fluorescencia transversal medidos con una resolución de 1 nm. Estos mismos espectros, pero normalizados a altura unidad, se recogen en la Fig. 20. Analizando ambas figuras se aprecia cómo la potencia de fluorescencia emitida varía con el estado de polarización del haz de bombeo y que dicha variación afecta prácticamente por igual a todo el espectro. De esta forma, se comprueba que, efectivamente, el coeficiente de absorción depende del estado de polarización del bombeo [9,10], debido a lo cual, se puebla en mayor o menor medida el estado

excitado de la transición láser. No obstante, cuando la fluorescencia es menor, el pico de 692.5 nm muestra una ligera tendencia a igualarse con el pico de 694 nm, debido a que las secciones eficaces de la transición láser también dependen de la polarización [10]. Estos mismos efectos se observan en las medidas de fluorescencia transversal realizadas con la muestra de rubí poco dopada.

En la Fig. 21 se muestran los espectros de fluorescencia longitudinal de la esfera de rubí medidos con una resolución de 1 nm. Aunque se

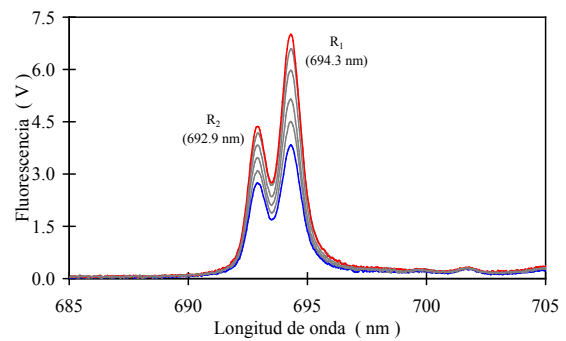


Fig. 19. Espectros de fluorescencia transversal para varias orientaciones de la esfera de rubí.

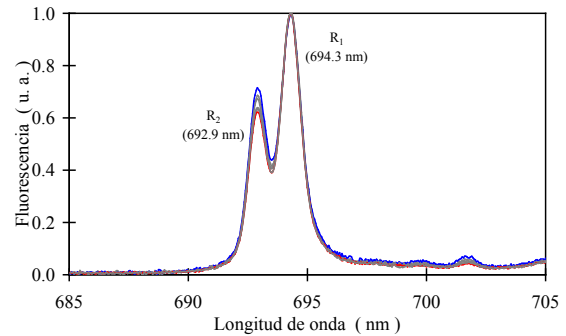


Fig. 20. Espectros de fluorescencia transversal (normalizados) para varias orientaciones de la esfera de rubí.

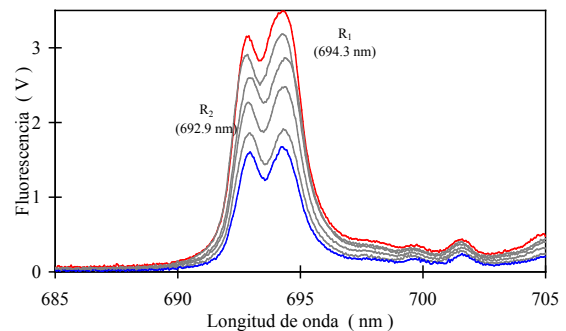


Fig. 21. Espectros de fluorescencia longitudinal para varias orientaciones de la esfera de rubí.

reproducen los mismos efectos observados en la fluorescencia transversal, hay que hacer notar que ahora las alturas de los dos picos se han igualado notablemente debido a que la transición láser presenta absorción y ésta es diferente para cada una de las dos transiciones [10,16] debido a la degeneración del estado fundamental.

En la Figs. 22 y 23 se muestra la caída temporal de la fluorescencia transversal para ambas muestras. Ajustando a una función exponencial, el tiempo de vida media resulta ser de 4.1 ms para la esfera de rubí y de 3.1 ms para la muestra de rubí poco dopada.

Puede apreciarse como el tiempo de corte conseguido para el bombeo es mucho menor que los tiempos de vida media, por lo que apenas afecta a los valores de vida media obtenidos. Además, la frecuencia de modulación utilizada (30 Hz, aproximadamente) es suficientemente baja para permitir el ajuste durante un tiempo de varias veces la vida media y eliminar la influencia de la tensión de fondo del detector en los resultados.

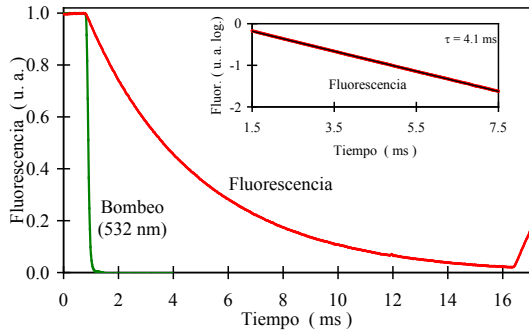


Fig. 22: Caída temporal de la fluorescencia para la esfera de rubí. El tiempo de vida media es 4.1 ms.

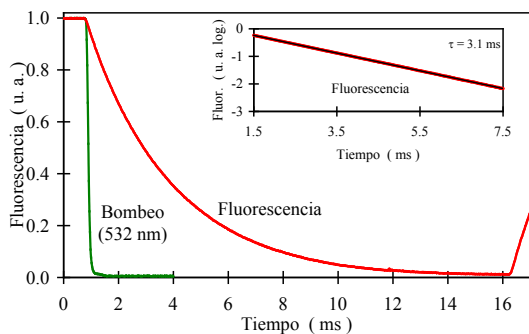


Fig. 23: Caída temporal de la fluorescencia para la muestra de rubí poco dopada. El tiempo de vida media es 3.1 ms.

El tiempo de vida media de 4.1 ms puede llamar la atención porque no coincide con el valor de 3 ms que habitualmente se asocia al rubí. Sin embargo, en la bibliografía se encuentran valores así de altos [4,12,16,17]. Esta diferencia es debida a la existencia de procesos no radiativos que complican la estructura de niveles del rubí y que se hacen notables cuando la concentración es suficientemente alta.

Anexo II. Comprobaciones auxiliares del método de medida

Como no se encontró retraso temporal del bombeo se realizaron comprobaciones adicionales del método experimental empleado. En primer lugar, se midió el desfase del bombeo empleando un amplificador síncrono (*lock-in*). El amplificador síncrono nos proporciona una medida directa del desfase, evitando así el método de ajuste matemático de las señales detectadas. El desfase de bombeo resultó inexistente o, al menos, inferior a la sensibilidad de medida del amplificador. No obstante, se comprobó que el amplificador funcionaba correctamente midiendo el desfase de la fluorescencia, ya que proporcionó valores en acuerdo con los obtenidos previamente por el método propuesto en este trabajo.

También se comprobó que el monocromador separaba correctamente bombeo residual y fluorescencia. Se colocó un filtro que selecciona 532 nm con una anchura a media altura de 10 nm (modelo FL05532-10, Thorlabs) y se midió el bombeo residual a la salida del filtro, comprobando que no hay retraso temporal del bombeo. Se repitieron las medidas para diferentes orientaciones del filtro y se siguió sin observar retraso alguno del bombeo.

Finalmente, se midió directamente el bombeo residual a la salida del rubí sin filtrar, es decir, detectando simultáneamente el bombeo residual y parte de la fluorescencia emitida por la muestra. Como se puede ver en la Fig. 24, el desfase que se asocia erróneamente al bombeo residual se acerca bastante al desfase correspondiente a la fluorescencia. Lógicamente, el desfase medido depende de la proporción entre las potencia de bombeo residual y de

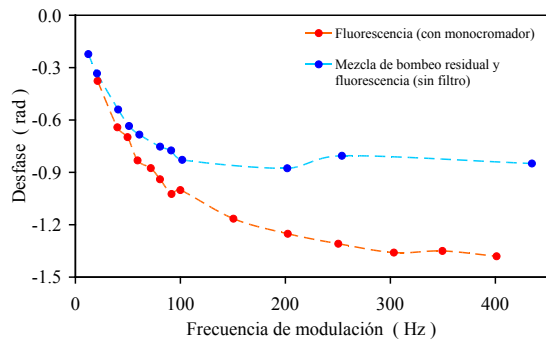


Fig. 24: Medida del desfase de bombeo sin filtrar.

fluorescencia que llegan al detector, la cual cambia en función del factor de atenuación que sufre el bombeo y de la potencia de bombeo incidente.

Matemáticamente, se demuestra que la suma de dos señales de la misma frecuencia, diferentes amplitudes y con una diferencia de fase φ entre ellas es equivalente a una señal de la misma

frecuencia y un nuevo desfase δ , que depende de φ y de la proporción entre amplitudes, r . Es decir, la ecuación:

$$\cos(\omega_m t) + r\cos(\omega_m t + \varphi) = r'\cos(\omega_m t + \delta), \quad (45)$$

se verifica siempre, siendo:

$$\delta = \arctan\left(\frac{r\sin(\varphi)}{1 + r\cos(\varphi)}\right), \quad (46a)$$

$$r' = \sqrt{1 + 2r\cos(\varphi) + r^2}. \quad (46b)$$

Agradecimientos

A los autores les gustaría agradecer al profesor Dr. D. José Miguel Álvarez Abenia sus recomendaciones y consejos en la realización de este trabajo.