

El Grupo de Óptica Cuántica y No lineal de la Universitat de València

The Quantum and Nonlinear Optics Group at the Universitat de València

Germán J. de Valcárcel^(S), Ferran V. Garcia-Ferrer, Robert Höppner, Stanislav Kolpakov, Carlos Navarrete-Benlloch, Eugenio Roldán^(*), Fernando Silva^(S), Juan Carlos Soriano

Departament d'Òptica, Universitat de València, Dr. Moliner 50, 46100-Burjassot, Spain

(*) Email: eugenio.roldan@uv.es

S: miembro de SEDOPTICA / SEDOPTICA member

Recibido / Received: 30/10/2010. Aceptado / Accepted: 15/12/2010

RESUMEN:

Revisamos en este artículo la principales actividades investigadoras del grupo de Óptica Cuántica y No Lineal de la Universitat de València (España). Los esfuerzos principales se centran en la generación de luz comprimida multimodo, por lo que respecta a la óptica cuántica, y en la generación de solitones de cavidad en la parte de óptica no lineal. Sin embargo, también se cubren temáticas tales como los paseos cuánticos y la formación de solitones en condensados de Bose Einstein, entre otros.

Palabras clave: Compresión de Luz, Osciladores Ópticos Paramétricos, Mezcla de Cuatro Ondas, Osciladores Fotorrefractivos, Teoría del Láser, Emisión Multimodo, Formación de Patrones, Estructuras Disipativas, Solitones de Cavidad, Paseos Cuánticos, Condensados de Bose-Einstein.

ABSTRACT:

In this article we review the main research activities of the Quantum and Nonlinear Optics group at the Universitat de València in Spain. The main efforts are on the generation of multimode squeezing within nonlinear optical cavities, on the quantum optics side, and on cavity soliton generation, on the nonlinear optics side. However other topics such as quantum walks or soliton formation in Bose-Einstein condensates, among others, are also covered.

Keywords: Squeezing, Optical Parametric Oscillators, Four-Wave Mixing, Photorefractive Oscillators, Laser Theory, Multimode Emission, Pattern Formation, Dissipative Structures, Cavity Solitons, Quantum Walks, Bose-Einstein Condensates.

REFERENCES AND LINKS

- [1]. I. Pérez-Arjona, E. Roldán, G. J. de Valcárcel, "Quantum squeezing of optical dissipative structures", *EPL* **74**, 247-253 (2006).
- [2]. C. Navarrete-Benlloch, E. Roldán, G. J. de Valcárcel, "Noncritically squeezed light via spontaneous rotational symmetry breaking", *Phys. Rev. Lett.* **100**, 203601 (2008). Véase también "Squeezed into darkness", *Phys. Rev. Focus* **21**, story 16 [<http://focus.aps.org/story/v21/st16>].
- [3]. C. Navarrete-Benlloch, A. Romanelli, E. Roldán, G. J. de Valcárcel, "Non-critical squeezing in two-transverse-mode optical parametric oscillators", *Phys. Rev. A* **81**, 043829 (2010).
- [4]. F. Garcia-Ferrer, C. Navarrete-Benlloch, G. J. de Valcárcel, E. Roldán, "Squeezing via spontaneous rotational symmetry breaking in a four-wave mixing cavity", *IEEE J. Quantum Electron.* **45**, 1404-1414 (2009).
- [5]. F. V. Garcia-Ferrer, C. Navarrete-Benlloch, G. J. de Valcárcel, E. Roldán, "Non-critical quadrature squeezing through spontaneous polarization symmetry breaking", *Opt. Lett.* **35**, 2194-2196 (2010).

- [6]. G. J. de Valcárcel, F. V. Garcia-Ferrer, R. M. Höppner, I. Pérez-Arjona, C. Navarrete-Benlloch, E. Roldán, "Spontaneous symmetry breaking as a resource for noncritically squeezed light", *Proc. SPIE* **7727**, 772704 (2010).
- [7]. G. J. de Valcárcel, G. Patera, N. Treps, C. Fabre, "Multimode squeezing of frequency combs", *Phys. Rev. A* **74**, 061801 (2006).
- [8]. G. Patera, N. Treps, C. Fabre, G. J. de Valcárcel, "Quantum theory of synchronously pumped type I optical parametric oscillators: Characterization of the squeezed supermodes", *Eur. Phys. J. D* **56**, 123-140 (2010). Véase también *Europhysics News* **41** (3), 13 (2010).
- [9]. P. L. Knight, E. Roldán, J. E. Sipe, "Quantum walk on the line as an interference phenomenon", *Phys. Rev. A* **68**, 020301 (2003).
- [10]. E. Roldán, J. C. Soriano, "Optical implementability of the two-dimensional quantum walk", *J. Mod. Opt.* **52**, 2649-2657 (2005).
- [11]. C. Navarrete-Benlloch, A. Pérez, E. Roldán, "Nonlinear optical Galton board", *Phys. Rev. A* **75**, 062333 (2007).
- [12]. G. J. de Valcárcel, E. Roldán, A. Romanelli, "Tailoring discrete quantum walk dynamics via extended initial conditions", *New J. Phys.* **12**, 123022 (2010).
- [13]. E. Roldán, G. J. de Valcárcel, F. Prati, F. Mitschke, T. Voigt, "Multilongitudinal mode emission in ring cavity class B lasers", pp. 1-80 in *Trends in Spatiotemporal Dynamics in Lasers. Instabilities, Polarization Dynamics, and Spatial Structures*, O. Gómez-Calderón, J. M. Guerra, Edts., Research Signpost, Trivandrum, India (2005). [<http://arxiv.org/abs/physics/0412071>].
- [14]. G.-L. Oppo, A. M. Yao, F. Prati, G. J. de Valcárcel, "Long-term spatiotemporal dynamics of solid-state lasers and vertical-cavity surface-emitting lasers", *Phys. Rev. A* **79**, 033824 (2009).
- [15]. G. J. de Valcárcel, E. Roldán, K. Staliunas, "Cavity solitons in nondegenerate optical parametric oscillation", *Opt. Commun.* **181**, 207-213 (2000).
- [16]. V. J. Sánchez-Morcillo, I. Pérez-Arjona, F. Silva, G. J. de Valcárcel, E. Roldán, "Vectorial Kerr-cavity solitons", *Opt. Lett.* **25**, 957-959 (2000).
- [17]. I. Pérez-Arjona, V. J. Sánchez-Morcillo, E. Roldán, "Cavity solitons in bidirectional lasers", *Opt. Lett.* **32**, 3221-3223 (2007).
- [18]. G. J. de Valcárcel, K. Staliunas, "Excitation of phase patterns and spatial solitons via two-frequency forcing of a 1:1 resonance", *Phys. Rev. E* **67**, 026604 (2003).
- [19]. G. J. de Valcárcel, K. Staliunas, "Pattern formation through phase bistability in oscillatory systems with space-modulated forcing", *Phys. Rev. Lett.* **105**, 054101 (2010).
- [20]. I. Pérez-Arjona, F. Silva, E. Roldán, G. J. de Valcárcel, "Stabilizing and controlling domain walls and dark-ring cavity solitons", *Opt. Express* **12**, 2130-2137 (2004).
- [21]. A. Esteban-Martín, V. B. Taranenko, E. Roldán, G. J. de Valcárcel, "Control and steering of phase domain walls", *Opt. Express* **13**, 3631-3636 (2005).
- [22]. A. Esteban-Martín, V. B. Taranenko, J. García, G. J. de Valcárcel, E. Roldán, "Controlled observation of a nonequilibrium Ising-Bloch transition in a nonlinear optical cavity", *Phys. Rev. Lett.* **94**, 223903 (2005).
- [23]. A. Esteban-Martín, M. Martínez-Quesada, V. B. Taranenko, E. Roldán, G. J. de Valcárcel, "Bistable phase locking of a nonlinear optical cavity via rocking: Transmuting vortices into phase patterns", *Phys. Rev. Lett.* **97**, 093903 (2006).
- [24]. S. Kolpakov, A. Esteban-Martín, F. Silva, J. García, K. Staliunas, G. J. de Valcárcel, "Experimental demonstration of hyperbolic patterns", *Phys. Rev. Lett.* **101**, 254101 (2008).
- [25]. A. Esteban-Martín, J. García, E. Roldán, V. B. Taranenko, G. J. de Valcárcel, C.O. Weiss, "Experimental approach to transverse wavenumber selection in cavity nonlinear optics", *Phys. Rev. A* **69**, 033816 (2004).
- [26]. G. J. de Valcárcel, I. Pérez-Arjona, E. Roldán, "Domain walls and Ising-Bloch transitions in parametrically driven systems", *Phys. Rev. Lett.* **89**, 164101 (2002).
- [27]. K. Staliunas, G. J. de Valcárcel, J. M. Buldú, J. Garcia-Ojalvo, "Noise-induced phase bistability via stochastic rocking", *Phys. Rev. Lett.* **102**, 010601 (2009).

- [28]. K. Staliunas, S. Longhi, G. J. de Valcárcel, "Faraday patterns in Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. Lett.* **89**, 210406 (2002).
- [29]. K. Staliunas, S. Longhi, G. J. de Valcárcel, "Faraday patterns in low-dimensional Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. A* **70**, 011601(R) (2004).
- [30]. K. Staliunas, R. Herrero, G. J. de Valcárcel, "Diffraction management and sub-diffractive solitons in periodically driven Bose-Einstein condensates", *Physica D* **238**, 1326-1337 (2009).
- [31]. I. Pérez-Arjona, V. J. Sánchez-Morcillo, G. J. de Valcárcel, "Ultrasonic cavity solitons", *EPL* **82**, 10002 (2008).

1. Introducción

El grupo de Óptica Cuántica y Óptica No Lineal de la Universitat de València tiene su origen en la estancia del Prof. Ramon Vilaseca en el departament d'Òptica de la Universitat de València a finales de los años ochenta y principios de los noventa del pasado siglo. A su alrededor se formó un pequeño grupo de investigación en problemas de física del láser. Tras la marcha del Prof. Vilaseca a la Universitat Politècnica de Catalunya en 1991, los Profs. de Valcárcel y Roldán, primero, y más adelante el Prof. F. Silva, formaron el núcleo original del actual grupo de investigación que está integrado por profesores, doctorandos y estudiantes del Departament d'Òptica de la Universitat de València. El interés principal se encuentra en los problemas básicos de la óptica cuántica y la óptica no lineal, y su actividad investigadora abarca estudios tanto teóricos como experimentales.

En el ámbito nacional, el grupo cuenta con intensas relaciones con el grupo de R. Vilaseca y K. Staliunas (Universitat Politècnica de Catalunya), así como colabora con J. García (Universitat de València). También mantiene estrecha colaboración con antiguos componentes del grupo, como V. J. Sánchez-Morcillo e I. Pérez-Arjona (Universitat Politècnica de València, Campus de Gandia), o con A. Esteban-Martín (ICFO). En el ámbito internacional las colaboraciones actuales más relevantes se llevan a cabo con F. Prati (Università dell'Insubria, Como, Italia), V. B. Taranenko (Instituto de Óptica Aplicada, Kiev, Ucrania), A. Romanelli (Universidad de la R.O.U., Montevideo, Uruguay) y C. Fabre (Laboratoire Kastler-Brossel, París, Francia).

2. Investigación en óptica cuántica

Incluso en el más absoluto vacío con la más absoluta oscuridad, existe un campo electromagnético altamente incoherente que se manifiesta a través de fluctuaciones en diferentes medidas. El origen de tal *ruido* se encuentra en la naturaleza cuántica del campo, que le fuerza a obedecer ciertas relaciones de indeterminación de Heisenberg: el campo eléctrico y el magnético no pueden ser idénticamente nulos simultáneamente. Las fluctuaciones de vacío son diminutas, claro está, pero tienen un impacto medible en aplicaciones ultraprecisas que hagan uso de campos electromagnéticos, tales como la metrología óptica. Asimismo, ciertos protocolos de información cuántica se ven afectados por el ruido de vacío, hasta el punto de que tanto los últimos como las primeras pueden llegar a ser inaplicables en ciertas circunstancias. Escapar al efecto pernicioso de las fluctuaciones de vacío es un viejo objetivo en óptica cuántica y los llamados estados comprimidos (*squeezed states*) son la solución encontrada. Estos estados se caracterizan porque en ellos una de las cuadraturas del campo eléctrico posee menor ruido (menores niveles de fluctuación) que el que corresponde al estado vacío. Esto se consigue a costa, claro está, de que la cuadratura ortogonal posea un exceso de fluctuaciones. Los estados comprimidos juegan un papel central en la óptica cuántica actual por razones fundamentales y también por las razones prácticas ya mencionadas.

El interés en óptica cuántica en nuestro grupo se centra, fundamentalmente, en el estudio teórico de los estados comprimidos. Más concretamente, estamos interesados en la generación de luz comprimida en sistemas multimodo, entendiendo por "sistemas" las cavidades ópticas no lineales (tales como los

osciladores ópticos paramétricos, generadores de segundo armónico, o cavidades en las que se produce un proceso de mezcla de cuatro ondas). Hemos estudiado tanto sistemas multimodo transversal [1-6] (esto es, en los que cada campo corresponde a un solo modo longitudinal de la cavidad pero puede corresponder a diferentes modos transversales) como longitudinal [7,8] (peines de frecuencias: se generan, en el mismo modo transversal, diferentes modos longitudinales, los cuales tienen frecuencias equiespaciadas). Nos interesan también las posibilidades que dicha “multimodalidad” puedan aportar a la generación de entrelazamiento cuántico (*entanglement*), el cual es el recurso fundamental en información cuántica.

Dentro de esta línea, quisiéramos resaltar nuestro trabajo sobre la potencialidad de la ruptura de simetrías como mecanismo para la generación de luz perfectamente comprimida (esto es, en la que una cuadratura presenta ausencia total de fluctuaciones) de forma no crítica (esto es, el nivel de compresión no depende del valor de los parámetros del sistema, siempre que estos estén por encima del valor que tienen en el umbral de emisión de la cavidad no lineal).

Veamos esto con un poco más de detalle analizando, brevemente, cómo aparece este tipo de compresión por ruptura de la simetría rotacional en un oscilador óptico paramétrico [2,3]. En este tipo de dispositivos un modo de bombeo de frecuencia 2ω es convertido en dos modos (señal y vago) de frecuencias ω_1 y ω_2 de forma que $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega$. Supongamos que el dispositivo es degenerado en frecuencia (i.e., $\omega_1 = \omega_2 = \omega$), que el modo de bombeo se corresponde con un modo gaussiano del resonador y que éste está sintonizado de forma tal que los modos señal y vago a frecuencia ω corresponden a modos de Gauss-Laguerre con momento orbital angular (MAO) igual a ± 1 . Pues bien, como el MAO del modo de bombeo es nulo, la conservación del MAO en el proceso de conversión paramétrica implica que los fotones señal y vago han de tener MAOs opuestos. Pero la superposición de dos modos de Gauss-Laguerre con MAOs ± 1 es un modo de Gauss-Hermite (TEM₁₀) con una orientación θ (en el

plano perpendicular a la dirección de propagación del haz, véase la Fig. 1) que viene dada por la diferencia de fases entre los modos de Gauss-Laguerre. Nótese que la aparición del modo de Gauss-Hermite constituye una ruptura espontánea de la simetría rotacional (alrededor del eje óptico) del sistema.

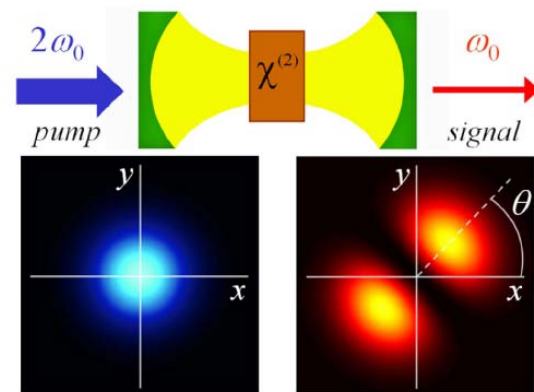


Fig. 1: Esquema de un oscilador óptico paramétrico en el que los modos señal y vago son degenerados en frecuencia pero corresponden, cada uno, a dos modos transversales diferentes, concretamente a los modos de Gauss-Laguerre con momento angular orbital +1 y -1. La superposición de estos da lugar a un modo de Gauss-Hermite. Figura tomada de la Ref. [3].

Ahora bien, el ángulo θ no viene fijado por el proceso de conversión paramétrica y puede tomar, por tanto, un valor cualquiera. Esto implica que la orientación del modo emitido vendrá gobernada por las fluctuaciones cuánticas (de hecho θ sigue un proceso de Wiener). Pero si θ no está determinado, el principio de incertidumbre de Heisenberg sugiere que el momento canónico asociado a la variable θ , i.e., $i\partial_\theta$, pueda estar completamente libre de fluctuaciones. Resulta que este momento canónico asociado al modo de Gauss-Hermite es otro modo de Gauss-Hermite girado $\pi/2$, esto es, es el modo de Gauss-Hermite ortogonal. Hay pues dos modos relevantes: el modo de Gauss-Hermite en el que se produce la emisión clásica, llamémosle modo brillante, y el modo ortogonal al modo brillante, el modo oscuro, que en la descripción clásica está libre de luz. Puede demostrarse que la cuadratura de fase del modo oscuro está completamente libre de fluctuaciones (compresión perfecta) mientras que su par canónico (la orientación de los modos

brillante y oscuro) presenta fluctuaciones infinitas.

Recalquemos que este resultado se obtiene por la ruptura de la simetría rotacional del sistema, pero no es esta la única ruptura de simetría que provoca compresión perfecta: hemos investigado también la ruptura de la simetría traslacional en cavidades con alto número de Fresnel [1] y la ruptura de la simetría de polarización [5]. Una revisión reciente de nuestro trabajo en este campo puede encontrarse en [6].

Otro aspecto de la óptica cuántica, más específicamente de la información cuántica, en el que nuestro grupo investiga es el de los denominados paseos cuánticos (de *quantum walks*, la versión cuántica del paseo aleatorio clásico o *random walk*). En este tema prestamos especial atención a las posibles implementaciones ópticas clásicas del proceso [9-12] lo que es relevante tanto para comprender su naturaleza como para indagar posibles aplicaciones del mismo.

La característica más relevante del paseo cuántico es que la distribución de probabilidad de encontrar al paseante en una posición dada cuando éste estaba inicialmente en el origen de posiciones tiene una anchura que crece linealmente con el tiempo (es decir, con el número de pasos del proceso), en marcada diferencia con el paseo aleatorio clásico en el que esa anchura crece con la raíz cuadrada del tiempo. Sin embargo, la distribución de probabilidad tiene una forma peculiar (con dos picos pronunciados en la parte más exterior y una meseta no demasiado uniforme entre estos dos picos). Recientemente [12] hemos estudiado cómo son las distribuciones de probabilidad cuando el caminante parte no de una posición inicial localizada sino de una región extendida con una cierta distribución de probabilidad. Este estudio nos ha permitido, en particular, diseñar condiciones iniciales que conducen a distribuciones de probabilidad prácticamente planas, que se aproximan a una distribución tipo *top-hat*, lo que constituye, pensamos, un resultado relevante.

Finalmente, un tipo de problema que nos interesa especialmente es el de la interacción de la luz (aún clásica) con la materia y, en particular, el estudio de los efectos de la coherencia atómica. En particular, hemos realizado estudios relacionados con la amplificación y el láser sin inversión de población (fenómenos en los que la coherencia atómica juega un papel central), y también sobre el impacto que la coherencia atómica tiene en las inestabilidades de los láseres [13,14], particularmente en la inestabilidad de Risken-Nummedal-Graham-Haken. En relación con lo último, hemos comenzado a investigar la dinámica multimodo de láseres bidireccionales. Estos son problemas que se encuentra a caballo entre la óptica cuántica y la óptica no lineal.

3. Investigación en óptica no lineal

Junto a los problemas de dinámica láser ya mencionados, el interés fundamental del grupo en el ámbito de la óptica no lineal se concentra en la dinámica espacial de diferentes sistemas ópticos. Las cavidades ópticas no lineales (los láseres, los osciladores ópticos paramétricos, etc.) son sistemas que, cuando poseen un alto número de Fresnel (esto es, cuando son capaces de amplificar un elevado número de modos transversales), forman fácilmente patrones en el plano transversal a la dirección de propagación de la luz. Estos patrones, conocidos también como estructuras disipativas, son no triviales, es decir, la dinámica no lineal juega un papel central en sus propiedades. Pueden ser de diversos tipos (patrones periódicos, con diferentes tipos de simetrías, patrones laberínticos, etc) y pueden ser estacionarios o dinámicos. Es importante señalar aquí que el tipo de estructuras disipativas, su dinámica temporal, etc., que pueden encontrarse en las cavidades ópticas no lineales tienen muchísimo en común con las que aparecen en otros sistemas físicos, químicos, biológicos, etc., con lo que la investigación en este campo tiene un alto carácter multidisciplinar.

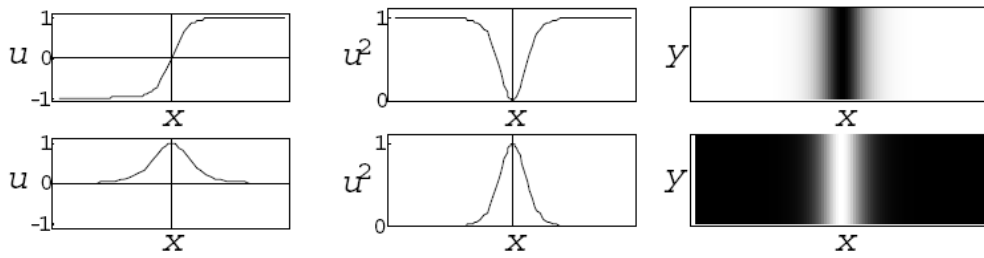


Fig. 2: Representación esquemática de solitones de cavidad unidimensionales de fase (fila superior) y de amplitud (fila inferior), usualmente denominados solitones oscuro y brillante, respectivamente. En la columna de la izquierda se representa la amplitud del campo, u , en la intermedia la intensidad, y en la de la derecha se hace una representación en niveles de gris en el plano $\langle x,y \rangle$ (a mayor brillo corresponde mayor intensidad).

Prestamos especial atención a un tipo de patrones que reciben el nombre de estructuras localizadas, y también, a veces, el de solitones de cavidad. Estas estructuras, si bien no son solitones en el sentido estricto del término puesto que estos sólo se dan en sistemas conservativos (como, e.g., los solitones de fibra óptica en ausencia de pérdidas) se parecen mucho a ellos en sus propiedades y su tipología. El solitón de cavidad por antonomasia es una estructura localizada brillante (típicamente con una forma de secante hiperbólica) rodeada por oscuridad, pero también puede tratarse de líneas oscuras que separan dominios iluminados, véase la Fig. 2. Tales estructuras poseen propiedades muy interesantes desde el punto de vista del procesado óptico de la información ya que son móviles a voluntad, se pueden escribir y borrar inyectando en la cavidad no lineal pulsos apropiados, etc. No es raro, pues, que estas estructuras localizadas hayan recibido, y estén recibiendo, mucha atención.

En este ámbito las investigaciones del grupo son tanto teóricas como experimentales. En el plano teórico hemos predicho la existencia de dichos solitones de cavidad en diferentes sistemas ópticos tales como los osciladores ópticos paramétricos no degenerados [15], las cavidades Kerr vectoriales [16], y los láseres bidireccionales [17]. También hemos introducido nuevas técnicas capaces de tornar sistemas incapaces de soportar solitones de cavidad (como lo son, por ejemplo, los láseres usuales) en sistemas que sí pueden soportarlos [18,19]. Estas técnicas están basadas en la inyección en la cavidad de señales con modulación en amplitud (no en fase), y se conocen genéricamente como *rocking*. Por otra parte, hemos propuesto técnicas de manipulación de las estructuras localizadas que refuerza la posibilidad de su uso como elementos de memorias ópticas [20].

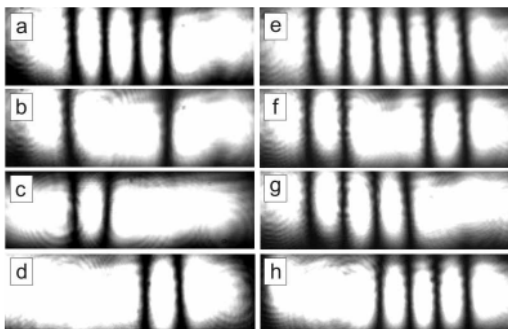


Fig. 3: Se muestra la intensidad del patrón medida a la salida de un oscilador fotorrefractivo semejante al de la Fig. 4. En el patrón se aprecian diversos solitones oscuros (véase la fila superior de la Fig. 2) y en las diferentes imágenes se aprecia el resultado del encendido/apagado de estas estructuras (que se lleva a cabo mediante la inyección de un pulso de luz apropiado). Figura tomada de la Ref. [21].

En el laboratorio hemos podido demostrar dichas técnicas [21-23], así como hemos mostrado nuevos tipos de estructuras disipativas [24]. El dispositivo experimental que utilizamos es un oscilador fotorrefractivo que contiene un cristal de $BaTiO_3$ y que es bombeado por uno (o dos) haces láser provenientes de un láser de Nd-YAG doblado emitiendo a 532 nm, véase la Fig. 4 [25]. Este oscilador puede funcionar tanto en configuración de mezcla de dos ondas como en configuración de mezcla de cuatro ondas, tanto degenerada como no, dependiendo de si se usa una cavidad lineal (de tipo Fabry-Perot) o una cavidad en anillo y también de cuántos haces bombean el cristal no lineal. Se trata, por tanto, de un sistema particularmente flexible en el que se pueden poner a prueba diferentes modelos de interacción.

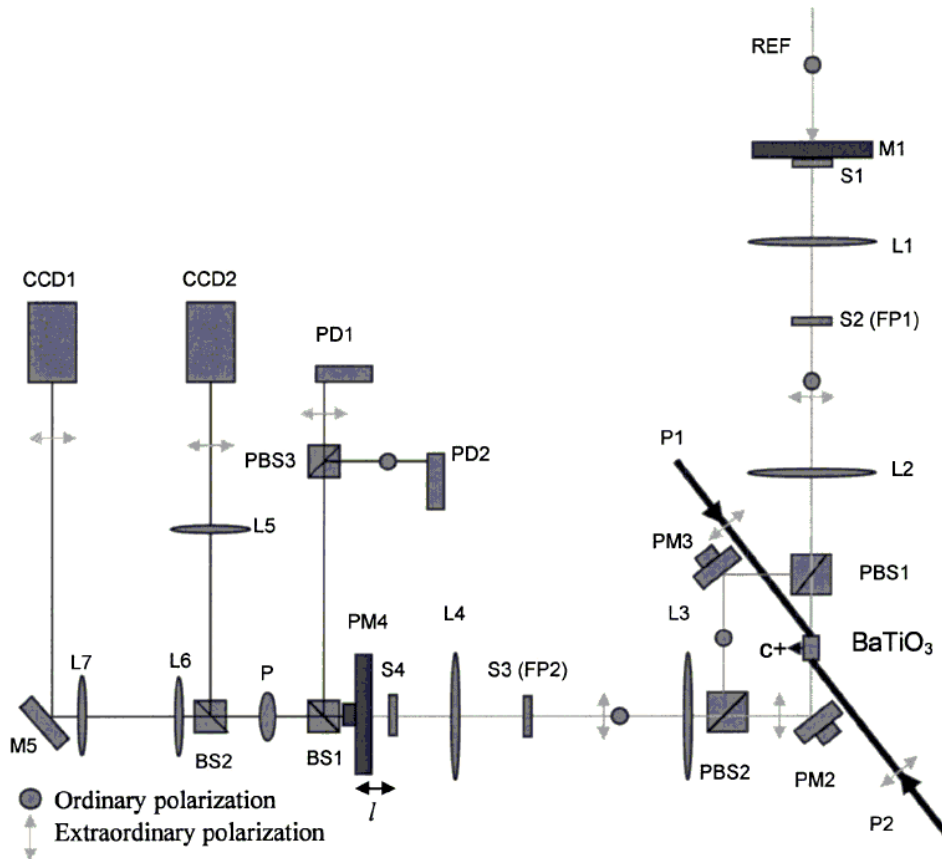


Fig. 4: Esquema del oscilador fotorrefractivo. M: espejo, L: lente, PBS: cubo polarizador, S: rendija, PM: espejo piezo-eléctrico, PD: fotodetector, CCD: cámara CCD. Véase [22].

Finalmente, uno de los aspectos más fascinantes de la dinámica no lineal es su universalidad: existen numerosos fenómenos que son comunes a sistemas de naturaleza bien distinta (sistemas ópticos, fluidos, sistemas biológicos, reactores químicos, sistemas sociales,...) y existen formas de modelización que dan cuenta de dicha universalidad. En este ámbito de la modelización de procesos espaciotemporales universales hemos realizado diversas contribuciones, al trasladar fenómenos de la óptica a situaciones genéricas [26,27] o bien a sistemas particulares como los condensados de Bose-Einstein [28-30] o los resonadores acústicos [31], así como las

relacionadas con las diferentes técnicas de rocking [18,19,23].

Agradecimientos

Las investigaciones del grupo vienen siendo financiadas ininterrumpidamente por el Ministerio competente en materia de investigación a través de proyectos de investigación del Plan Nacional. En particular deseamos hacer constar la financiación recibida a través de los proyectos PB98-0935-C03-02, BFM2002-04369-C04-01, FIS2005-07931-C03-01 y FIS2008-06024-C03-01.