

Diffraction efficiency of a generalized complex binary grating

Eficiencia de difracción de una red binaria compleja generalizada

D. Amaya^{1,3*}, E. Rueda², P. Vaveliuk^{1,4}.

1. Centro de Investigaciones Ópticas (CIOP), Gonnet, La Plata, Argentina

2. Grupo de Óptica y Fotónica, Instituto de Física, Universidad de Antioquia, U de A, Calle 70 No. 52-21, Medellín, Colombia

3. Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, UNLP, Calle 1 y 47, La Plata, Argentina

4. Instituto de Ingeniería y Agronomía, Universidad Nacional Arturo Jauretche (UNAJ), Av. Calchaqui 1880, Florencio Varela, Argentina

(*) E-mail: amayad@ciop.unlp.edu.ar

S: miembro de SEDOPTICA / SEDOPTICA member

Received: 17/02/2023

Accepted: 08/05/2023

DOI: 10.7149/OPA.56.2.51129

ABSTRACT:

A generalized complex binary grating is a type of grating that permits control of four degrees of freedom: the two steps amplitudes that form the period, their relative phase and their widths' ratio. In this work, using the Fourier formalism, we derive an analytical expression for the diffraction efficiency of all the grating diffraction orders. The analytical expression depends on the four degrees of freedom. Our model agrees with the results reported in the literature for the special cases of phase-only and amplitude-only Ronchi gratings and some particular extensions. In addition, we study situations where the amplitudes and widths of the grating steps differ. In particular, for a grating with a relative phase difference of π radians, normalized steps amplitudes of 1 and 0.77, and width's ratios of 0.5 and 0.25, our experimental results validate the values predicted by our model. The model developed in this work will be valuable in designing high-precision diffractive gratings for particular specifications. In addition, it can be used to characterize spatial amplitude, phase and complex-amplitude modulators.

Key words: Diffraction efficiency, binary gratings, Ronchi gratings

RESUMEN:

Una red binaria compleja generalizada es una red que permite el control de cuatro grados de libertad: las amplitudes de los dos escalones que forman el periodo, su fase relativa y la razón de sus anchos. En este trabajo obtuvimos de forma analítica la eficiencia de difracción de todos los órdenes de la red utilizando el formalismo de Fourier en función de los cuatro grados de libertad que la caracterizan. En los límites conocidos, red de Ronchi de amplitud, de fase pura, y ciertas extensiones, nuestro modelo reproduce exactamente los resultados que fueron obtenidos en la literatura. Por otro lado, estudiamos casos de diferencias de amplitudes y anchos no convencionales. Para una red con diferencia de fase relativa próxima a π radianes, amplitudes normalizadas de 1 y 0.77, y razones de anchos de 0.5 y 0.25, la realización experimental que implementamos valida con excelente acuerdo los valores predichos por nuestro modelo. El modelo desarrollado en este trabajo provee de una herramienta de gran utilidad para el diseño de redes de difracción de alta precisión con características específicas. Además, se puede utilizar para la caracterización de dispositivos de modulación de amplitud, fase y amplitud compleja.

Palabras clave: Eficiencia de difracción, redes binarias, redes de Ronchi

REFERENCES AND LINKS / REFERENCIAS Y ENLACES

- [1] C.H. Palmer, Diffraction Grating Anomalies II Coarse Gratings*, *J. Opt. Soc. Am.* 46 (1956) 50.
- [2] R.E. Bell, Exploiting a transmission grating spectrometer, in: *Rev. Sci. Instrum.*, 2004.
- [3] A. Malik, M. Muneeb, S. Pathak, Y. Shimura, J. Van Campenhout, R. Loo, G. Roelkens, Germanium-on-silicon mid-infrared arrayed waveguide grating multiplexers, *IEEE Photonics Technol. Lett.* 25 (2013).
- [4] L. Grave De Peralta, A.A. Bernussi, S. Frisbie, R. Gale, H. Temkin, Reflective arrayed waveguide grating multiplexer, *IEEE Photonics Technol. Lett.* 15 (2003).
- [5] M. Mansuripur, The Ronchi test, in: *Class. Opt. Its Appl.*, Cambridge University Press, 2009: pp. 614–623.
- [6] Z. Zhang, G. Lu, F.T.S. Yu, Simple method for measuring phase modulation in liquid crystal televisions, *Opt. Eng.* 33 (1994) 3018 – 3022.
- [7] J.J.M. Varga, L. Rebón, M.A. Solís-Prosser, L. Neves, S. Ledesma, C. Iemmi, Optimized generation of spatial qudits by using a pure phase spatial light modulator, *J. Phys. B At. Mol. Opt. Phys.* 47 (2014) 225504.
- [8] G. Rumi, D. Actis, D. Amaya, J.A. Gómez, E. Rueda, A. Lencina, Analytical description of optical vortices generated by discretized vortex-producing lenses, *Phys. Rev. A.* 97 (2018) 1–9.
- [9] L.C. Cabezas, D.A. Amaya, N.B. Bolognini, A. Lencina, Speckle fields generated with binary diffusers and synthetic pupils implemented on a spatial light modulator, *J. Opt.* 54 (2015) 5691–5696.
- [10] X. Wang, Z. Nie, Y. Liang, J. Wang, T. Li, B. Jia, Recent advances on optical vortex generation, *Nanophotonics.* 7 (2018).
- [11] A. Boccaletti, P. Lagage, P. Baudoz, C. Beichman, P. Bouchet, C. Cavarroc, D. Dubreuil, A. Glasse, A.M. Glauser, D.C. Hines, C. Lajoie, J. Lebreton, M.D. Perrin, L. Pueyo, J.M. Reess, G.H. Rieke, S. Ronayette, D. Rouan, R. Soummer, G.S. Wright, The Mid-Infrared Instrument for the James Webb Space Telescope , V : Predicted Performance of the MIRI Coronagraphs, *Publ. Astron. Soc. Pacific.* 127 (2015) 633–645.
- [12] L.C. Cabezas, D.A. Amaya, N. Bolognini, A. Lencina, One dimensional speckle fields generated by three phase level diffusers, *J. Opt.* 17 (2015) 025602.
- [13] D. Amaya, D. Actis, G. Rumi, A. Lencina, Least squares method for liquid crystal display characterization, *Appl. Opt.* 56 (2017) 1438.
- [14] A.Y. Meshalkin, V. V Podlipnov, A. V Ustinov, E.A. Achimova, Analysis of diffraction efficiency of phase gratings in dependence of duty cycle and depth, *J. Phys. Conf. Ser.* 1368 (2019) 022047.
- [15] M. Born, E. Wolf, Principles of optics, Pergamon Press, Oxford, 1980.
- [16] E.G. Loewen, E. Popov, Diffraction gratings and applications, CRC Press, 2018.
- [17] I. Richter, Z. Ryzí, P. Fiala, Analysis of binary diffraction gratings: Comparison of different approaches, *J. Mod. Opt.* 45 (1998) 1335–1355.
- [18] L. Song, R.A. Lessard, P. Galarneau, Diffraction efficiency of a thin amplitude-phase holographic grating: A convolution approach, *J. Mod. Opt.* 37 (1990) 1319–1328.
- [19] N.I. Toto-Arellano, J.M. Miranda Gómez, L. García-Lechuga, A. Montes-Peréz, G. Rodríguez Zurita, A. Martínez García, J.A. Martínez Dominguéz, Diffraction theory of binary amplitude and phase gratings with applications for Ronchi test, *Optik (Stuttg).* 126 (2015) 3717–3727.
- [20] Antonio Martínez, Ma del Mar Sánchez, López, Ignacio Moreno, Phasor analysis of binary diffraction gratings with different fill factors, *Eur. J. Phys.* 28 (2007) 805.
- [21] Silverman MP, Strange W, Lipscombe TC. The distribution of composite measurements: How to be certain of the uncertainties in what we measure. *Am J Phys.* 2004;72(8):1068–81.

1. Introducción

Las redes de difracción son comúnmente utilizadas como elementos difractivos en muchos sistemas ópticos. Algunas aplicaciones incluyen espectrómetros [1,2], multiplexadores [3,4], métodos de testeo de sistemas ópticos [5], calibración de Moduladores Espaciales de Luz de Cristal Líquido (LC-SLM) [6], y generación de qudits espaciales [7]. La eficiencia de difracción de una red es un observable fundamental a partir del cual



se determinan las características de los sistemas difractivos. Hay una gran cantidad de aplicaciones en las que se ha demostrado que con tan sólo dos niveles de fase se pueden generar haces ópticos de gran complejidad [8–10]. Igualmente, importantes dispositivos, como el telescopio James Webb [11], usan dentro de sus componentes máscaras de fase binarias. Es ampliamente conocido que la eficiencia de difracción de una red binaria, constituida por dos escalones en fase, es máxima si la diferencia de fase relativa es π ($\Delta\varphi = \pi$), por lo que es importante establecer un método que permita un riguroso control de $\Delta\varphi$. Un método muy utilizado para establecer $\Delta\varphi = \pi$, sin absorción, consiste en eliminar la intensidad del orden cero de una red de Ronchi de fase pura, fijando uno de los niveles de fase y variando el otro [12]. En estas condiciones se tiene un máximo en la intensidad del orden ± 1 . No obstante, experimentalmente, es muy complejo y de difícil control producir redes de fase pura $\Delta\varphi = \pi$ y con relación de anchos iguales. Por ejemplo, no siempre es posible conseguir régimen de fase pura en un LC-SLM *twisted nematic* por transmisión sin amplitud acoplada [13]. Se han desarrollado modelos para redes binarias de fase pura con saltos de fase en π [14], redes binarias de amplitud [15,16], redes con diferencia de fase relativa arbitraria [17], redes con fase y amplitud relativa arbitraria [18], y redes con diferencia de fase relativa arbitraria y con distintos anchos para los escalones [14]. En la referencia [19] se analizó un modelo para redes binarias con absorción y diferencia de fase variables, sin embargo, el objetivo del trabajo fue determinar el número de periodos necesarios para aproximar la red finita por una red infinita. De lo arriba expuesto, solo algunas redes binarias específicas han sido analizadas. Una red binaria de amplitud compleja que considere sus cuatro grados de libertad simultáneamente para obtener la eficiencia de difracción de los sucesivos órdenes en forma desacoplada no ha sido analizada, ni desde el punto de vista teórico ni desde el punto de vista experimental.

En este trabajo desarrollamos un modelo analítico para calcular la eficiencia de difracción de una red binaria compleja generalizada (RBCG), de espesor despreciable, en términos de los cuatro grados de libertad asociados: las amplitudes de los escalones que forman el periodo, su fase relativa y la razón de sus anchos. El modelo de esta RBCG contempla el amplio abanico de las redes binarias conocidas, es decir, red de Ronchi de amplitud, de fase pura, y ciertas extensiones específicas. Usando el modelo desarrollado, en este trabajo se analizan las redes binarias conocidas y casos no reportados en la literatura. Las predicciones de nuestro modelo han sido contrastadas experimentalmente.

2. Modelo teórico

2.a. Desarrollo del modelo

Una RBCG unidimensional de espesor despreciable se ilustra en la Fig. 1. Consiste en dos escalones con niveles de amplitud, fase y anchos espaciales no necesariamente iguales que se repiten periódicamente. Modelamos los escalones de la red como la combinación de dos funciones rectángulo, $\text{rect}(\cdot)$, centradas en un origen de coordenadas, cómo se muestra en la Fig. 1:

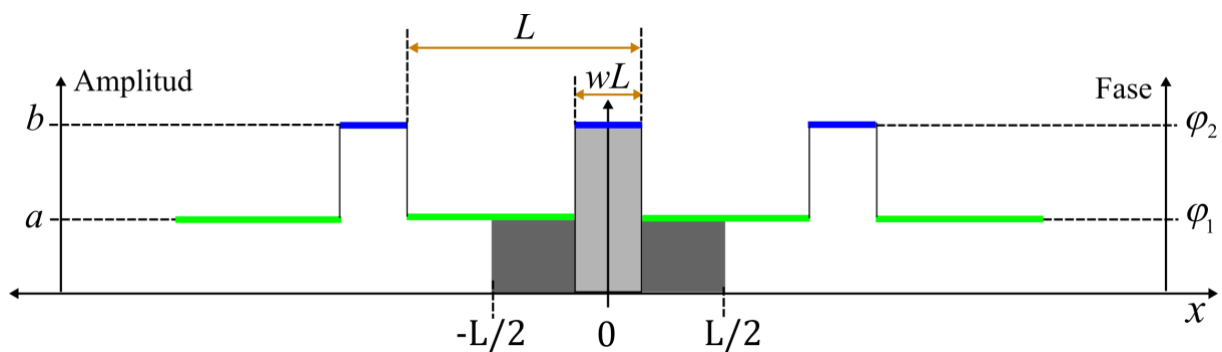


Fig.1. Esquema de una RBCG para el modelo teórico. La parte sombreada corresponde al periodo de la red que es simétrico respecto al origen. Este periodo se tomará como la función que se expandirá en series de Fourier.

El escalón, coloreado en gris claro, de amplitud b y fase φ_2 , se representa por una función rectángulo de ancho wL centrada en el origen de coordenadas y multiplicada por la amplitud compleja $be^{i\varphi_2}$. El escalón, coloreado con gris oscuro, de amplitud a y fase φ_1 , se representa por una función rectángulo de ancho L menos una función rectángulo de ancho wL (ancho de la cresta en azul), ambas funciones centradas en el origen de coordenadas y multiplicadas por la amplitud compleja $ae^{i\varphi_1}$. El parámetro w define la razón entre

los anchos de ambos escalones. La función de transmitancia para la RBCG en el rango entre $x = -L/2$ y $x = L/2$ se expresa de la siguiente manera:

$$t(x) = a e^{i\varphi_1} \text{rect}\left(\frac{x}{L}\right) + (b e^{i\varphi_2} - a e^{i\varphi_1}) \text{rect}\left(\frac{x}{wL}\right), \quad (1)$$

donde

$$\text{rect}\left(\frac{x}{L}\right) = \begin{cases} 1 & |x| \leq \frac{L}{2} \\ 0 & |x| > \frac{L}{2} \end{cases}$$

En la aproximación L mucho menor que la dimensión de la red, se puede considerar la red como infinita. En este contexto, la función $t(x)$ es una función periódica con periodo L que se puede expandir en series de Fourier,

$$t(x) = \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} C_{\alpha} e^{i2\pi\frac{\alpha}{L}x}, \quad (2)$$

donde

$$C_{\alpha} = \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} t(x) e^{-i2\pi\frac{\alpha}{L}x} dx. \quad (3)$$

Siendo $\alpha = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ el orden en la expansión de Fourier. Reemplazando la ecuación (1) en la ecuación (3) podemos calcular los coeficientes C_{α} en forma directa, dando la siguiente expresión:

$$C_{\alpha} = a e^{i\varphi_1} \text{sinc}(\alpha) + w (b e^{i\varphi_2} - a e^{i\varphi_1}) \text{sinc}(w\alpha). \quad (4)$$

donde la función $\text{sinc}(z) = \sin(\pi z)/\pi z$. Los coeficientes C_{α} representan las amplitudes complejas de los diferentes órdenes de difracción. Estos coeficientes se relacionan con la intensidad de los órdenes difractados por la RBCG, a través del cuadrado de su valor absoluto. Para el orden cero $\alpha = 0$, la ecuación (4) lleva a

$$I_{\alpha=0} = |C_{\alpha=0}|^2 = |a e^{i\varphi_1} + w (b e^{i\varphi_2} - a e^{i\varphi_1})|^2 = (1-w)^2 a^2 + w^2 b^2 + 2wab (1-w) \cos(\Delta\varphi), \quad (5)$$

donde se ha utilizado la identidad $e^{i\Delta\varphi} + e^{-i\Delta\varphi} = 2\cos(\Delta\varphi)$ con $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

La intensidad de los órdenes difractados para $\alpha \neq 0$ Se obtiene evaluando el cuadrado del valor absoluto de la ecuación (4), considerando que el primer término a la derecha es nulo. Con ello,

$$\begin{aligned} I_{\alpha \neq 0} &= |C_{\alpha \neq 0}|^2 = |w (b e^{i\varphi_2} - a e^{i\varphi_1}) \text{sinc}(w\alpha)|^2 \\ &= (a^2 + b^2 - 2ab \cos(\Delta\varphi)) \sin^2(\pi w\alpha) / (\pi^2 \alpha^2). \end{aligned} \quad (6)$$

Las expresiones (5) y (6) son las ecuaciones claves de nuestro trabajo dado que nos permiten evaluar de forma analítica la intensidad de todos los órdenes de difracción de una RBCG en términos de sus cuatro parámetros característicos: $a, b, \Delta\varphi$ y w . Es decir, a partir de estas ecuaciones podemos conocer todas las características de la red. Por ejemplo, nótese que la Ec. (6) muestra que la posición relativa de los máximos y mínimos de $I_{\alpha \neq 0}$ vs. w es fija, independiente de las amplitudes a, b y diferencia de fase $\Delta\varphi$. De esta forma, es siempre posible escoger un valor de w para maximizar o anular la intensidad de algún orden previamente seleccionado. También es fácil notar que, para un dado valor de w , los órdenes múltiplos de $\alpha = 1/w$ se anulan como fue reportado en la referencia [20].

2.b. Verificación del modelo

Con el objetivo de validar nuestro modelo evaluamos la eficiencia de difracción de los primeros cinco órdenes para dos redes ampliamente conocidas: red de Ronchi de amplitud y red de Ronchi de fase pura, correspondiente a los parámetros expresados en la TABLA 1.

TABLA 1. Eficiencia de difracción en porcentaje para redes de Ronchi ($w=0.5$) de amplitud y fase.

Orden α	$I_{\alpha}(\%)$ Red de Ronchi de Amplitud $a = 0, b = 1, \Delta\varphi = 0$	$I_{\alpha}(\%)$ Red de Ronchi de Fase $a = 1, b = 1, \Delta\varphi = \pi$
0	25	0
± 1	10.1	40.5
± 2	0	0
± 3	1.1	4.5
± 4	0	0
± 5	0.4	1.6

La eficiencia de difracción de las dos redes evaluadas coinciden exactamente con los valores reportados en la literatura [18]. En particular, la Ref. [18] hace una extensión de la red de Ronchi permitiendo variar la amplitud relativa de los escalones. Para una diferencia de fase π y una diferencia relativa de amplitud 0.77, la eficiencia de difracción para el orden uno fue evaluada con la ecuación (6) y dio 31.7 %, coincidiendo con la calculada en la referencia. Estos acuerdos permiten verificar la validez del modelo desarrollado para calcular la intensidad de los órdenes de difracción de una RBCG.

3. Resultados experimentales

A partir del modelo desarrollado, predecimos la eficiencia de difracción para redes que no han sido reportadas en la literatura y hacemos mediciones experimentales para contrastar con los resultados teóricos obtenidos. Realizamos un montaje experimental de un caso general para redes con amplitud y fase acopladas con $w = 0.5$ y $w = 0.25$. El montaje experimental consta de un láser continuo de estado sólido con longitud de onda de 532 nm filtrado espacialmente con un objetivo de microscopio de 20X, y un <<pinhole>> de 25 μm de diámetro que luego es colimado usando una lente convergente de 200 mm de distancia focal. El haz colimado ingresa al sistema de modulación (Mel) formado por dos láminas de retardo de cuarto de onda, dos polarizadores y un LC-SLM de transmisión Reallight, del tipo twisted-nematic, con tamaño de píxel de 26 μm (ver Fig. 2a-b).

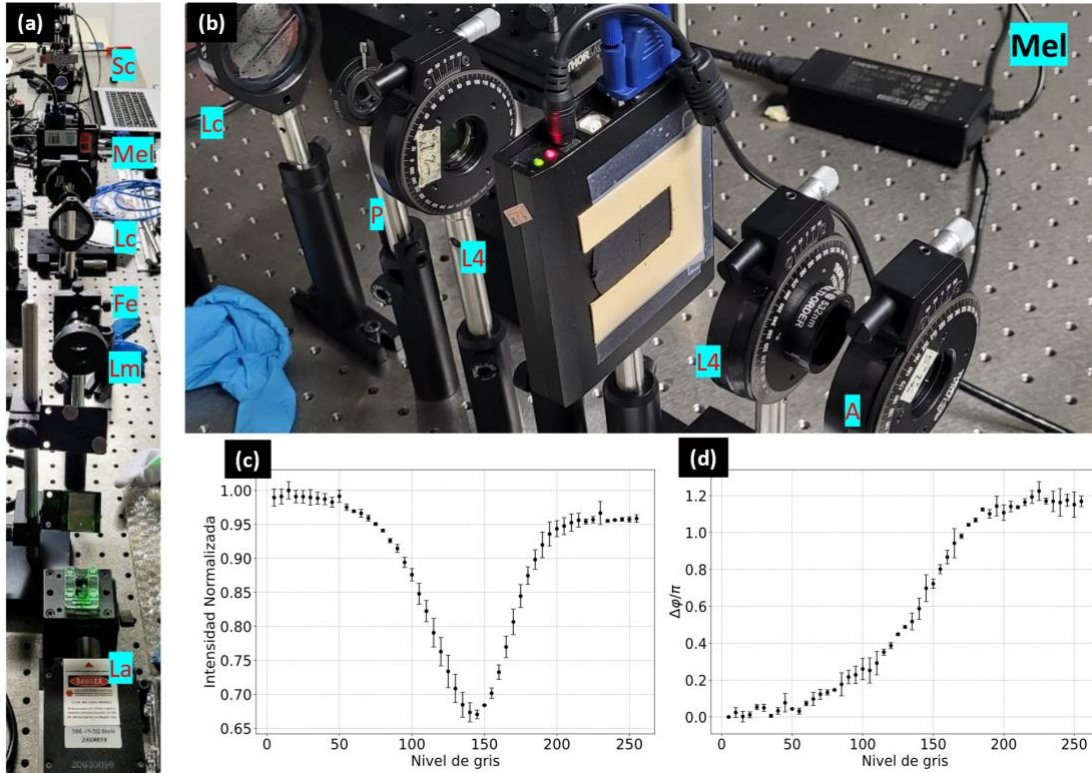


Fig.2. (a-b) Montaje Experimental. La: láser continuo de estado sólido, Lm: Lámina retardadora de media onda para el control de la polarización de entrada al sistema modulador, Fe: Filtro espacial, Lc: lente colimadora, Mel: sistema de modulación de luz formado por dos láminas de retardo de cuarto de onda L4, un polarizador P y un analizador A, Sc: Sistema formador de imagen. (c) Respuesta del sistema modulador en intensidad normalizada y (d) Respuesta en fase. Un análisis de las posibles causas de incertidumbre de las curvas (c) y (d) encontró que la reproducibilidad de la curva es el que mayoritariamente contribuye a la incertidumbre.

La luz que pasa a través del Mel es enfocada por una lente de 40 cm de longitud focal. El plano focal se forma sobre una cámara Thorlabs DCC1545M con tamaño de píxel de $5.2 \mu\text{m}$. Estrictamente, la observación se realizó en un plano cercano al plano focal para evitar dos cosas: que la cámara no se saturara con el orden cero cuando no hay red de difracción, y que la razón señal-ruido de los órdenes de menor eficiencia permitiera distinguirlos del ruido de fondo. La calibración del LC-SLM se hizo con una técnica basada en un interferómetro de Young, cuyas aberturas pueden ser moduladas de manera individual: la fase se obtiene analizando el desplazamiento de las franjas, y la amplitud se obtiene midiendo la intensidad de las franjas, para los diferentes niveles de gris programados en el modulador. El resultado de la calibración del LC-SLM se observa en las curvas (c) y (d). De la Fig. 2c, se observa una variación máxima en la intensidad normalizada de 0.34, y de la Fig. 2d, una modulación máxima de fase de 1.2π . Para nuestro caso de interés, se tiene una intensidad de $a = 0.99 \pm 0.01$ correspondiente al nivel de gris 5, una intensidad de $b = 0.77 \pm 0.02$ correspondiente al nivel de gris 165, y una modulación de fase de $0.94\pi \pm 0.08\pi$, para el nivel de gris 165 con respecto al nivel de gris 5.

Para ambos w utilizados, el periodo fue $L = 312 \mu\text{m}$, por lo que la distancia entre órdenes en el plano de observación es de aproximadamente $682 \mu\text{m}$. Puesto que los parámetros a , b y $\Delta\phi$ tienen incertidumbre, se reportaron dos valores de eficiencia con nuestro modelo analítico, el primero identificado como “teórico” se obtendrá reemplazando el valor esperado de los parámetros, y el segundo, identificado como “teórico-exp.” se obtendrá teniendo en cuenta la incertidumbre de los parámetros, por lo que también presentará incertidumbre, es decir, especificará un rango de valores donde se espera que se encuentre el valor de la eficiencia de difracción (ver apéndice). En la Fig. 3 se puede observar el patrón de difracción obtenido para (a) $w = 0.5$ y (b) $w = 0.25$. El contraste ha sido modificado para mejorar la visibilidad de los órdenes de menor eficiencia de difracción.

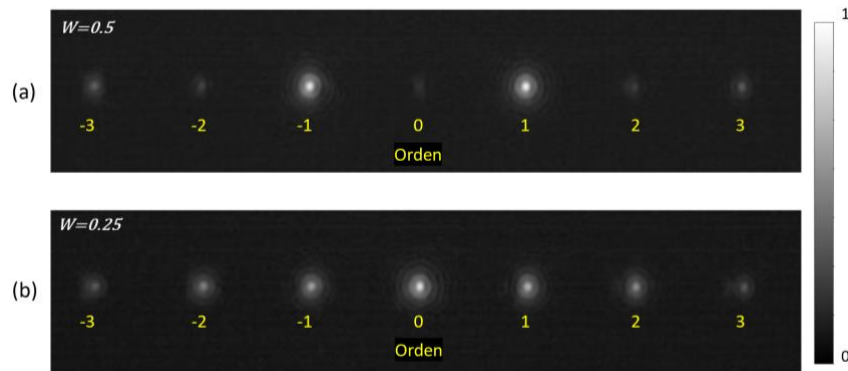


Fig. 3. Patrón de difracción de la (a) red de Ronchi ($w = 0.5$), y (b) la red con anchos de escalones diferentes ($w = 0.25$). El contraste se ha modificado para mejorar la visibilidad de los órdenes de menor eficiencia de difracción, y se presentan en una escala normalizada.

En las Figs. 4 y 5 se presentan tanto los resultados teóricos (estrellas azules), el rango de valores teóricos teniendo en cuenta la incertidumbre de los parámetros (puntos rojos), así como las medidas experimentales (triángulos negros). Puesto que existe simetría entre los órdenes de difracción negativos y positivos, sólo se presentan los órdenes positivos. La eficiencia de difracción experimental de los órdenes se determinó integrando sobre un área cuadrada que contiene no menos del 98 % de la energía del orden, y dividiendo con respecto a la intensidad del orden cero cuando no hay red de difracción. El área cuadrada tiene de lado 0.25 veces la distancia entre dos órdenes, y está centrada en cada orden. Todos los resultados también se encuentran tabulados en la tabla 2.

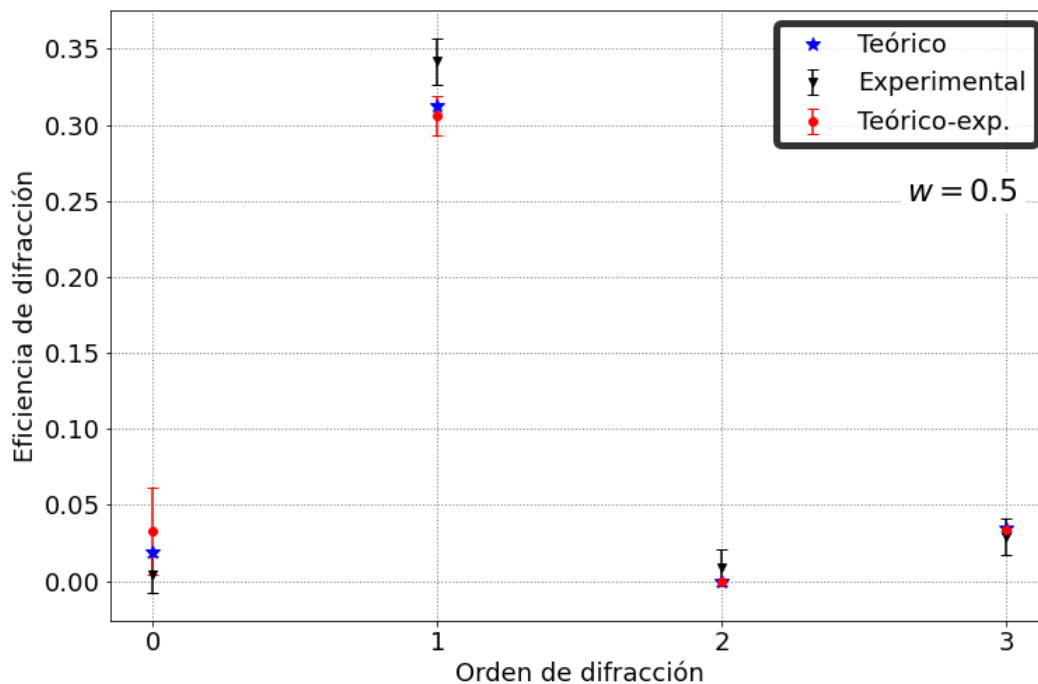


Fig. 4. Eficiencia de difracción para una red de Ronchi ($w = 0.5$) con parámetros $\Delta\varphi = 0.94\pi \pm 0.08\pi$, $a = 0.99 \pm 0.01$ y $b = 0.77 \pm 0.02$. Las barras verticales corresponden a las incertidumbres. Los valores presentados corresponden al promedio entre el valor del orden positivo y negativo.

La incertidumbre de los resultados experimentales se estimó al tener en cuenta las fluctuaciones de potencia del haz láser y las vibraciones en el montaje óptico, con una incertidumbre relativa del 1 %, la luz parásita detectada por la cámara, que se restó al actuar como un error sistemático, y la desalineación entre

el plano de la red y el plano de la cámara, que aportó con una incertidumbre igual a dos tercios de la diferencia. Los resultados muestran un buen acuerdo entre los valores obtenidos experimentalmente y los calculados con el modelo, todos a una distancia menor a dos desviaciones estándar entre el valor teórico y el experimental.

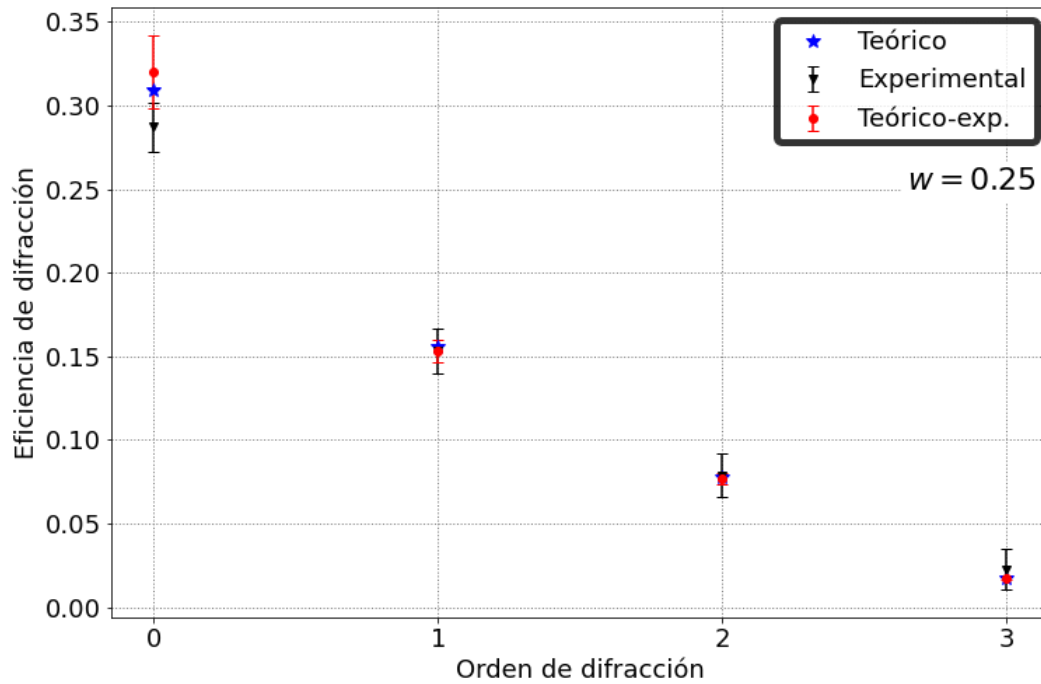


Fig. 5. Eficiencia de difracción para una red con $w = 0.25$, con parámetros $\Delta\varphi = \pi 0.94 \pm 0.08\pi$, $a = 0.99 \pm 0.01$ y $b = 0.77 \pm 0.02$. Las barras verticales corresponden a las incertidumbres. Los valores presentados corresponden al promedio entre el valor del orden positivo y negativo.

De las Figs. 4 y 5 se puede observar que los valores de los órdenes cero y uno predichos por el modelo son más sensibles a variaciones en la amplitud y fase que los órdenes superiores dos y tres. Esto es debido a que los procesos de transferencia de energía entre los órdenes cero y uno son más significativos que para los órdenes superiores. Esto es de interés porque para la mayoría de las aplicaciones los órdenes más importantes son el orden cero y uno. Nótese que para el caso de una Red de Ronchi de fase pura ($\Delta\varphi = \pi$, amplitud de los escalones iguales y $w = 0.5$) la energía en el orden cero es nula. Sin embargo, la existencia de una pequeña variación de amplitud entre los dos escalones rompe esta condición. Por otro lado, al comparar el orden cero de la Fig. 4 y 5, es notorio como la asimetría en el tamaño de los escalones afecta de manera importante la eficiencia de la red de difracción al permitir que una mayor porción de la energía se vaya al orden cero (luz no difractada) proveniente del orden uno, principalmente.

TABLA 2. Eficiencia de difracción en porcentaje para redes experimentales con $a = 0.99 \pm 0.01$, $b = 0.77 \pm 0.02$, $\Delta\varphi = 0.94\pi \pm 0.08\pi$.

Orden α	$I_\alpha(\%)$ Red con $w = 0.5$			$I_\alpha(\%)$ Red con $w = 0.25$		
	Teórico	Teórico-exp.	Experimental	Teórico	Teórico-exp.	Experimental
0	1.87	3 ± 3	0.4 ± 1.2	30.93	32 ± 2	28.7 ± 1.5
± 1	31.21	30.6 ± 1.3	34.2 ± 1.5	15.60	15.3 ± 0.7	15.3 ± 1.3
± 2	0	0	0.9 ± 1.2	7.80	7.7 ± 0.3	7.9 ± 1.2
± 3	3.47	3.40 ± 0.15	2.9 ± 1.2	1.73	1.70 ± 0.07	2.3 ± 1.2

4. Conclusiones

En este trabajo desarrollamos un modelo analítico para calcular la eficiencia de difracción de todos los órdenes para una RBCG en función de los cuatro parámetros que la caracterizan: las amplitudes de los dos escalones que forman el periodo, su fase relativa y la razón de sus anchos.

Verificamos que nuestro modelo reprodujo con excelente acuerdo los valores de las eficiencias de difracción para los casos de las redes binarias ampliamente conocidas, como la red de Ronchi de amplitud y Red de Ronchi de fase pura. Además, analizamos casos de RBCGs no reportadas en la literatura, considerando diferencias de amplitudes y relación de anchos para $\Delta\varphi \sim \pi$. Para estos casos, obtuvimos un excelente acuerdo entre los resultados teóricos y experimentales.

El modelo desarrollado para la eficiencia de difracción de los órdenes de una RBCG nos provee de una herramienta útil para implementar aplicaciones, como el diseño de redes de difracción de alta precisión con características específicas. Además, se puede utilizar para la caracterización de dispositivos de modulación de amplitud, fase y amplitud compleja.

Agradecimientos

Los autores agradecemos al Dr. Néstor Bolognini por su acompañamiento y aporte en el desarrollo del modelo teórico. Este trabajo fue parcialmente financiado por TWAS-UNESCO & CONICET Associateship Ref. 3240313456 y UNAJ Investiga 2020 # 80020200100018UJ. E.Rueda agradece al Comité para el Desarrollo de la Investigación -CODI- (Universidad de Antioquia - UdeA, Colombia).

Apéndice: cálculo incertidumbre resultados “teóricos-exp.”

Puesto que los parámetros a , b y $\Delta\varphi$ tienen incertidumbre, las eficiencias teóricas determinadas con las ecuaciones (5) y (6), y reportadas en las Fig. 4 y 5, y la tabla 2, también tendrán incertidumbre. Sin embargo, aunque las incertidumbres de los parámetros se suponen siguen una distribución normal, no son lo suficientemente pequeñas como para poder asegurar que la distribución de las eficiencias será también una distribución normal [21], y no se podrá usar el procedimiento de propagación de la incertidumbre con derivadas parciales.

El procedimiento que se siguió consistió en construir distribuciones muestrales de 200 datos para cada parámetro, y, a través de un procedimiento aleatorio, tomar de dichas distribuciones valores para los parámetros y calcular la eficiencia. El resultado fue una distribución de valores posibles de eficiencia. En la Fig. A.1. se pueden observar las distribuciones de los tres parámetros, y de la eficiencia del orden cero, para el caso de $w = 0.5$. Allí queda claro que la distribución de las eficiencias no es normal.

Para determinar el valor esperado de la eficiencia se calculó la media de la distribución, y como incertidumbre se reportó la desviación estándar, para contener cualquier posible error sistemático. Puesto que la distribución no es normal, la confiabilidad se debe calcular directamente. El resultado obtenido es una confiabilidad de 90 % para el rango de la eficiencia del orden cero, y del 74% para los rangos de los demás órdenes de difracción.

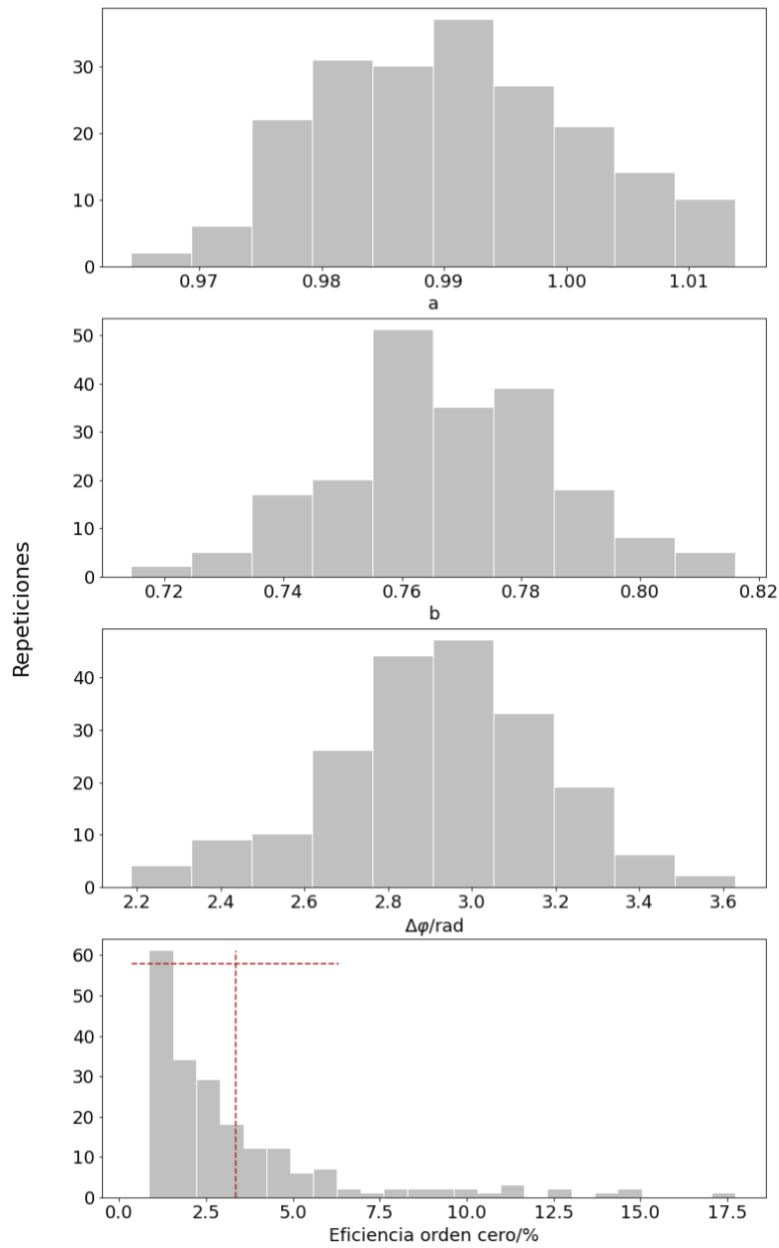


Fig. A.1. Histogramas de las distribuciones de los parámetros a , b , $\Delta\phi$ y la eficiencia del orden cero, generados con 200 datos, para el caso de $w = 0.5$. Las líneas discontinuas vertical y horizontal, en el histograma de la eficiencia del orden cero, corresponden a la media y desviación estándar, respectivamente.